

# **I ENCUENTRO INTERNACIONAL**

## **ESTRUCTURAS LIGERAS PARA GRANDES LUCES**

**Presidente:**

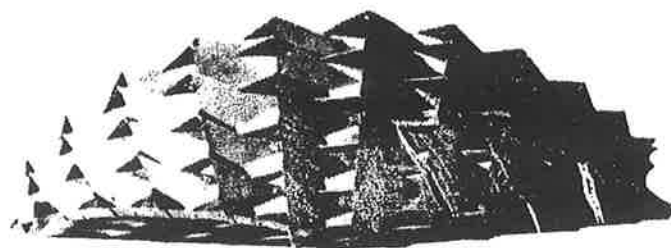
**FRANCISCO SANCHEZ SANCHEZ**

**Coordinación:**

**EMILIO PEREZ BELDA**

**Organización:**

**FUNDACION EMILIO PEREZ PIÑERO**



## **AGRADECIMIENTO**

La Fundación Emilio Pérez Piñero agradece a la Consejería de Cultura, Educación y Turismo y por extensión a la Comunidad Autónoma de Murcia, a D. Francisco Sánchez y a D. Félix Candela, el enorme interés, apoyo y consejo recibidos. Así como a todos los ponentes y moderadores su desinteresada participación. Sin todo ello no habría sido posible la realización de este I Encuentro.

Por otra parte, pedimos disculpas tanto al ponente D. Agustín Obiol como a los receptores de la presente publicación por no haber podido demorar más tiempo la fecha de cierre de la edición (5 de Junio de 1993) para poder incluir su conferencia.

FUNDACION EMILIO PEREZ PIÑERO  
Apartado de Correos 115  
30420 Calasparra  
MURCIA - ESPAÑA  
Fax 34 (9) 68720728

DEPOSITO LEGAL Z-2368-93

ISBN 84-604-7445-3

## INDICE

<b>Escuelas representadas y moderadores.....</b>	<b>1</b>
<b>Programa del Encuentro.....</b>	<b>2</b>
<b>Breve curriculum de los ponentes y moderadores.....</b>	<b>4</b>
<b>Discurso Inaugural.....</b>	<b>7</b>
<b>Una estructura metálica reticulada. El Palacio de los Deportes de Méjico</b>	
<i>Por Félix Candela.....</i>	<b>9</b>
<b>Las estructuras de Emillio Pérez Piñero</b>	
<i>Por Lina Puertas del Río.....</i>	<b>29</b>
<b>Cubiertas textiles</b>	
<i>Por Harald Mühlberger.....</i>	<b>49</b>
<b>Mecanismo de estructuras especiales ligeras</b>	
<i>Por Mamoru Kawaguchi.....</i>	<b>59</b>
<b>Forma, tamaño y proporción en el diseño de estructuras</b>	
<i>Por Ricardo Arco Hernández-Ros.....</i>	<b>85</b>
<b>Cúpulas de grandes luces con módulos de aspas</b>	
<i>Por Juan Pérez Valcárcel.....</i>	<b>109</b>
<b>Panorama tipológico de grandes estructuras de cubierta</b>	
<i>Por Jaime Cervera Bravo.....</i>	<b>137</b>
<b>Shellstructures today</b>	
<i>Por Heinz Isler.....</i>	<b>179</b>
<b>Estructuras modulares</b>	
<i>Por Félix Escrig.....</i>	<b>189</b>
<b>Cubiertas de grandes luces en la Barcelona del 92</b>	
<i>Por Javier López Rey.....</i>	<b>211</b>
<b>Realización estructuras desplegables</b>	
<i>Por Carlos Enrique Hernández.....</i>	<b>235</b>
<b>Minimal Architecture</b>	
<i>Por Frei Otto.....</i>	<b>243</b>

## ESCUELAS REPRESENTADAS

ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA DE BARCELONA  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA DE LA CORUÑA  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA DE LAS PALMAS  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA DE MADRID  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA DE PAMPLONA  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA DE SEVILLA  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA DE VALENCIA  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA DEL VALLES  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES  
Y TELECOMUNICACIONES DE BILBAO

## MODERADORES

D. GINES APARICIO  
*DIRECTOR DE PROYECTOS EXPO' 92*

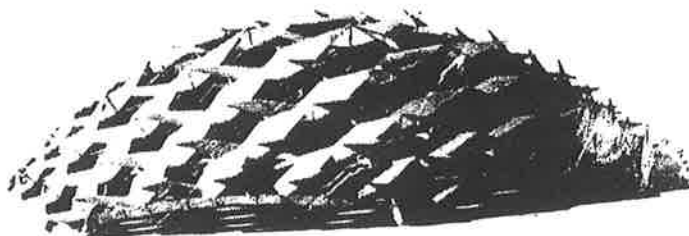
D. RICARDO AROCA HERNANDEZ ROS  
*ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA DE MADRID*

D. FELIX CANDELA  
*UNIVERSIDAD DE ILLINOIS*

D. FELIX ESCRIG PALLARES  
*ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA DE SEVILLA*

D. RAFAEL LOPEZ PALANCO  
*ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA DE SEVILLA*

D. JAVIER LOPEZ REY  
*ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA DE BARCELONA*



## PROGRAMA DE SESIONES

### LUNES DIA 6

10'00 **Entrega de documentación**

11'30 Pausa

12'00 **Acto de Apertura de las Jornadas**

"UNA ESTRUCTURA METALICA RETICULADA. EL PALACIO DE LOS DEPORTES DE MEJICO"

**Prof. Félix Candela**

*Universidad de Illinois*

18'00 "LAS ESTRUCTURAS DE EMILIO PEREZ PIÑERO"

**D<sup>a</sup> Lina Puertas del Río**

*Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid*

19'30 Pausa

20'00 "CUBIERTAS TEXTILES"

**Prof. Harald Mühlberger**

*Universidad de Stuttgart*

### MARTES DIA 7

10'00 "CUBIERTAS DE GRANDES LUCES RESUELTAS CON CABLES"

**D. Agustín Oblol Sánchez**

*Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Barcelona*

11'30 Pausa

12'00 "MECHANISMS IN LIGHTWIGHT SPATIAL, STRUCTURES"

**Prof. Mamoru Kawaguchi**

*Universidad Hosei - Tokio*

18'00 "FORMA, TAMAÑO Y PROPORCION EN EL DISEÑO DE ESTRUCTURAS"

**D. Ricardo Aroca Hernández - Ros**

*Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid*

19'30 Pausa

20'00 "CUPULAS DE GRANDES LUCES CON MODULOS EN ASPAS"

**D. Juan Pérez Valcárcel**

*Escuela Técnica Superior de Arquitectura de La Coruña*

### MIERCOLES DIA 8

10'00 "PANORAMA TIPOLOGICO DE GRANDES ESTRUCTURAS DE CUBIERTA"

**D. Jaime Cervera Bravo**

*Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid*

11'30 Pausa

12'00 "SHELLSTRUCTURES TODAY"

**Prof. Heinz Isler**

*Universidad de Karlsruhe*

18'00 "ESTRUCTURAS MODULARES"

**D. Félix Escrig Pallarés**

*Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Sevilla*

19'30 Pausa

20'00 "CUBIERTAS DE GRANDES LUCES EN LA BARCELONA DEL 92"

**D. Javler López Rey**

*Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Barcelona*

### JUEVES DIA 9

10'00 "REALIZACION ESTRUCTURAS DESPLEGABLES"

**D. Carlos Enrique Hernández**

11'30 Pausa

12'00 "MINIMAL ARCHITECTURE"

**Prof. Frel Otto**

*Universidad de Stuttgart*

20'00 Lugar: Pabellón de Murica EXPO' 92

**Clausura de las Jornadas**

Todas las ponencias tendrán lugar en la Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Sevilla, Avda. Reina Mercedes, nº 12 • 41012 Sevilla • Tel. (95) 455 65 00. A excepción del Acto de Clausura de las Jornadas.

## **INTERVIENEN:**

### **APARICIO SOTO, Glnés**

Dr. Ingeniero de caminos. Director General de Proyectos y Construcción de EXPO' 92 y una amplia labor profesional en el campo de la ingeniería, así como autor de numerosas publicaciones.

### **AROCA HERNANDEZ, Ricardo**

Dr. Arquitecto. Catedrático de Estructuras ETSA de Madrid. Ha sido miembro del comité de redacción de la revista "Hormigon y Acero". Miembro de las IASS y autor de numerosas conferencias y publicaciones. Ha ocupado varios cargos académicos entre otros el de Vicerrector de la Universidad Politécnica de Madrid. Actualmente es Director de la ETSA de Madrid.

### **CANDELA, Félix**

Autor de numerosas publicaciones y trabajos especializados. Es miembro honorario de diversas sociedades relacionadas con la arquitectura. Ha proyectado y construido más de 500 estructuras laminares. Es doctor honoris causa por varias universidades. Ha sido profesor en la Escuela Nacional de Arquitectura de Méjico, y en el Departamento de Arquitectura de la Universidad de Illinois en Chicago. Obtuvo el Premio August Perret en 1961.

### **CERVERA BRAVO, Jaime**

Dr. Arquitecto. Catedrático del Departamento de Estructuras de edificación en la ETSA de Madrid. Imparte docencia en dicha Escuela desde 1976. Ha ocupado cargos de diversa responsabilidad siendo actualmente responsable de la Organización Informática de la ETSA de Madrid. Ha sido conferenciante en Colegios profesionales y Escuelas de Arquitectura.

### **ESCRIG PALLARES, Félix**

Dr. Arquitecto. Profesor titular de la Escuela de Arquitectura de Sevilla, de la que es director. Miembro de los Comités Científicos de las asociaciones de estructuras más relevantes y autor de numerosos diseños en EXPO' 92 y publicaciones especializadas.

### **HERNANDEZ, Carlos Enrique**

Autor del Pabellón de Venezuela en la EXPO' 92 de Sevilla. Autor de trabajos relacionados con estructuras desplegables.

### **ISLER, Heinz**

Ingeniero por la Universidad de Zürich. Trabajó con el profesor Lardy en Zürich y ha publicado numerosos artículos especializados. Es profesor H. C. por la Universidad de Karlsruhe y por ETH Zürich. Es miembro del IASS (Asociación Internacional para las Estructuras Laminadas y Espaciales) desde su fundación en 1959.

**KAWAGUCHI, Mamoru**

Dr. Ingeniero por la Universidad de Tokio, es en la actualidad profesor de la Universidad Hosei. Ha publicado numerosos estudios sobre acero y estructuras espaciales. Destacan entre sus obras: El Estadio Olímpico de Tokio, la Gran Cubierta para la Exposición del 70 y el Palacio de Deportes de San Jordi, para la Olimpiada de Barcelona. En la actualidad es vicepresidente de la IASS (Asociación Internacional para las Estructuras Laminadas y Espaciales).

**LOPEZ PALANCO, Rafael**

Dr. Ingeniero de Caminos. Catedrático de Estructuras de la ETSA de Sevilla. Ha sido director de la IASS y miembro destacado de las más importantes asociaciones internacionales de Estructuras. Ha sido Director Técnico del Comisario de EXPO'92. Autor de numerosas publicaciones y conferencias.

**LOPEZ REY, Javier**

Dr. Arquitecto. Catedrático y director del Departamento de Estructuras en la Arquitectura de la ETSA de Barcelona. Ha impartido cursos y conferencias en el campo de la rehabilitación estructural y la relación entre el proyecto arquitectónico y la estructura. Ha ocupado varios cargos académicos, entre ellos subdirector de la ETSA de Barcelona.

**MÜHLBERGER, Harald**

Ingeniero por la Universidad de Stuttgart. Ha publicado numerosos y variados trabajos sobre estructuras. Ha dictado múltiples conferencias en diversos países del mundo y ha proyectado y ejecutado gran cantidad de obras, de las más recientes en la EXPO'92 de Sevilla.

**OBIOL SANCHEZ, Agustín**

Dr. Arquitecto. Catedrático de la ETSA de Barcelona. Es autor de numerosas publicaciones y variados trabajos sobre temas estructurales. Así mismo es responsable técnico de gran número de construcciones para los Juegos Olímpicos de Barcelona 92.

**OTTO, Frei**

Especialista en Cubiertas de Cables, construyó las Tiendas en la Exposición Federal de Jardines de Kassel en 1955, y Colonia en 1957. Ha publicado numerosos estudios sobre estructuras Tensoestáticas y es autor del Pabellón de la R. Federal de Alemania en la Exposición de Montreal y del Estadio Olímpico de Munich 72. Obtuvo el premio August Perret en 1967 y es miembro de honor de la AIA (USA) desde 1968.

**PEREZ VALCARCEL, Juan**

Dr. Arquitecto. Catedrático de la Escuela de Arquitectura de La Coruña de la que ha sido director. Director del Dpto. de Estructuras y autor de numerosas publicaciones especializadas.

**PUERTAS DEL RIO, Lina**

Dr. Arquitecto. Profesora Titular de Estructuras en la ETSA de Madrid. Es autora de diversas publicaciones sobre temas estructurales en revistas especializadas.



## PANORAMA TIPOLOGICO DE GRANDES ESTRUCTURAS DE CUBIERTA

Por Jaime Cervera Bravo

### Introducción

Presentar un panorama tipológico de estructuras de cubierta trata de facilitar las tareas de diseño futuro, mediante alguna agrupación en clases que permita definir características comunes y diferenciales en las soluciones existentes, ya sean clásicas o recientes, caracterizando los resultados que cabe obtener con cada clase considerada.

Toda clasificación exige definir los criterios que agrupan o deslindan tipos, al objeto de no caer en clasificaciones del estilo de la elaborada por Borges para los animales de cierto emperador. Junto a los criterios de clasificación, deben considerarse criterios de evaluación que permitan comparar soluciones.

Las estructuras de cubierta responden a problemas de diversa complejidad, y su diseño constituye una respuesta integrada que atiende a aspectos arquitectónicos, constructivos y mecánicos. De entre éstos, los aspectos mecánicos o estructurales pueden ser considerados determinantes en el sentido de que responden a requisitos ineludibles, pero su incidencia no llega al punto de determinar las soluciones, como de hecho muestra la gran diversidad de respuestas existente.

Aunque las consideraciones constructivas sean a menudo mucho más restrictivas y determinantes que las puramente mecánicas, no es mi intención hablar aquí de ellas, sino presentar y comparar opciones desde el punto de vista puro de la concepción de la estructura.

De cara a facilitar un análisis racional de las posibilidades que abren las diferentes tipologías aplicables al problema de cubrir grandes luces, es de gran utilidad emplear algunos conceptos importantes de la Teoría del Diseño de Estructuras, en la línea del pensamiento iniciada hace años por Ricardo Aroca y que se desarrolla en el Departamento de Estructuras de Edificación de la Escuela de Arquitectura de Madrid. Por su aún escasa difusión, introduciré someramente algunos de los pertinentes aquí. Así pues, este texto consta de dos partes, la primera esencialmente teórica para dar a conocer algunos conceptos y relaciones básicas que permiten comparar soluciones diferentes, y la segunda clasificatoria, que relaciona tipos en base a su comportamiento mecánico.

## Sección 1: Elementos teóricos

### Definiciones

*Conceptos básicos:* El concepto que se halla en el eje de la teoría del Diseño de estructuras es el de:

1.- Cantidad de Estructura. Dicha magnitud se aplica a estructuras compuestas por barras sometidas a esfuerzos axiales de tracción o compresión, o a idealizaciones de otros tipos de estructuras basadas en el modelo anterior, y es la integral extendida a toda la estructura:

$$(1) \quad W = \int |N| ds$$

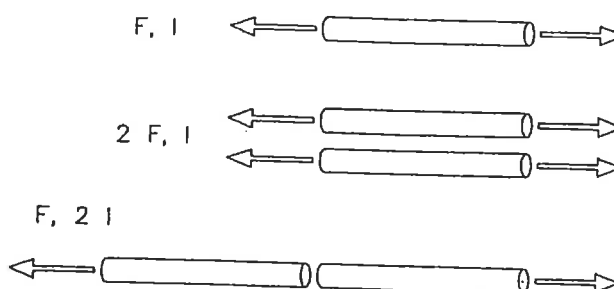


Figura 1.- Cantidad de estructura

donde  $N$  es el esfuerzo axial en cada elemento de barra, y  $ds$  el elemento de longitud considerado<sup>1</sup>. Es una magnitud con unidades de trabajo.

Dicha magnitud mide, independientemente del material empleado, la inversión en estructura que requiere un problema y un diseño dado. Pues en efecto, si se considera una estructura construida con un material dado sometido en todo punto a la máxima tensión admisible  $s$ , el volumen y el peso de material -de peso específico  $r$ - necesario en dicha estructural de cantidad  $W$  es:

$$(2) \quad V = \int A ds = \int \frac{|N|}{\sigma} ds = \frac{W}{\sigma}$$

$$P = V\rho = \frac{W}{\sigma/\rho}$$

<sup>1</sup> Ver mi artículo "Tres teoremas fundamentales de la Teoría del Diseño de Estructuras" en *Informes de la Construcción*, Enero 1989.

Así  $W$  es proporcional al volumen o al peso de la estructura para cada material y tensión de trabajo de éste posibles, pero es independiente de éstos<sup>2</sup>.

De cara a la evaluación precisa de la cantidad de material, es usual distinguir entre la cantidad de estructura comprimida y la cantidad de estructura traccionada<sup>3</sup>, cuyas tensiones de trabajo típicas pueden ser diferentes, y conocidas si el diseño acepta un cierto valor como límite para el factor de pandeo. Esto implicará poner en juego mayor complejidad en los elementos comprimidos al disminuir la carga o aumentar su longitud.

La cantidad de estructura mide, asimismo, la flexibilidad o deformabilidad de la estructura<sup>4</sup> de tal forma que para un mismo problema y material -y para una tensión de trabajo dada en el material-, y considerando cualesquiera diseños alternativos, las deformaciones aumentan con la cantidad de estructura. -La estructura óptima es, pues, siempre, la más rígida-.

Prever el valor de dicha magnitud que corresponde a cualquier diseño, y describir la incidencia que la evolución de cualesquiera de los parámetros de la definición de la estructura tienen sobre el mismo, son algunos de los objetivos de esta teoría como herramienta de apoyo en el proceso de diseño. La teoría pretende establecer afirmaciones de contenido esencialmente geométrico, de modo que puedan emplearse desde las primeras fases del diseño.

Si observamos las expresiones (2), que relacionan cantidad de estructura y cantidad de material, vemos que en la segunda de ellas aparece una importante magnitud en la medida del peso de estructuras realizadas con materiales concretos:  $\sigma/\rho$ , denominada

2.- Alcance -o altura- del material<sup>5</sup>, que es la longitud equivalente tanto a la máxima de una barra de sección constante que se sostiene a sí misma en tracción o compresión, como al máximo radio de curvatura en la clave de un arco que se sostiene a sí mismo, soportando en ambos casos tensiones máximas de valor  $\sigma$ . La importancia de tal magnitud estriba en que permite establecer una base geométrica a las afirmaciones sobre el peso propio de la estructura.

El alcance es una de las magnitudes geométricas básicas de los materiales. La otra es la deformación unitaria  $\varepsilon = \sigma/E$ , que aparece sistemáticamente al considerar la geometría de cualquiera de las cuestiones regidas por la rigidez<sup>6</sup>.

<sup>2</sup> En el caso en que las tensiones de cada punto sean  $\sigma_i$ , menores que  $\sigma$ , pueden emplearse el concepto de penalización, pues el volumen es

$$V = \int A_i ds = \int \frac{|N|}{\sigma_i} ds, \text{ es decir } V = \int \frac{|N|}{\sigma} \frac{\sigma}{\sigma_i} ds = \int \frac{\sigma}{\sigma_i} \frac{dW}{\sigma} = v \frac{W}{\sigma}, \text{ siendo } v \text{ un factor de sobreconsumo mayor o igual a 1, es decir, una penalización.}$$

<sup>3</sup> El teorema de Maxwell demuestra que la diferencia entre la cantidad de estructura traccionada y comprimida es una constante - que denominamos número Maxwell- para todas las soluciones posibles a un mismo problema dado en posición y magnitud de cargas y reacciones.

<sup>4</sup> Ver el primer artículo citado.

<sup>5</sup> Ver mi artículo "Las Estructuras y el peso Propio" en *Informes de la Construcción* de Mayo-Junio de 1990.

<sup>6</sup> Por ejemplo, considerando las rigideces de diseños alternativos para un problema de cargas dado, en posición y magnitud, si medimos la deformación de cada estructura por la pérdida de energía potencial de las cargas, como ésta es igual a  $\int \sigma \varepsilon dV$ , puede medirse por  $\int \sigma \varepsilon A ds = \int \varepsilon |N| ds = \varepsilon W$ , en donde aparecen las magnitudes básicas que rigen el problema: la cantidad de estructura, que depende del diseño, y la deformación unitaria, que depende del material empleado. Puede acotarse las deformaciones sin más que poner cotas superiores, bien al consumo en estructura

Si consideramos la forma de las estructuras -la distribución en el espacio de sus puntos materiales-, existe un conjunto básico de conceptos geométricos que permiten describirla:

*Conceptos referidos a la forma general*

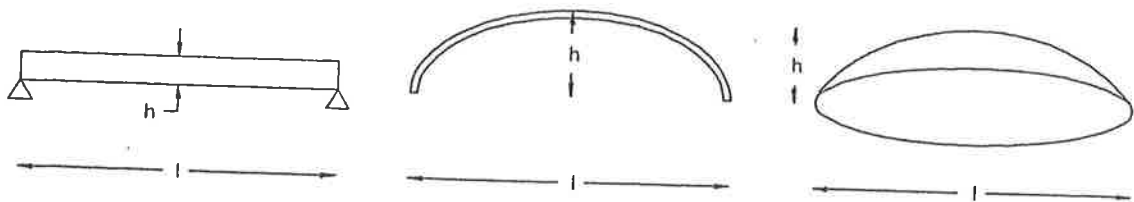


Figura 2

1.- Tamaño que es una dimensión característica de la estructura, y definida para cada tipo de estructura: la luz de las vigas, el diámetro de las cúpulas, etc. Se denota por  $l$ .

2.- Peralte, que es una dimensión transversal a la anterior, igualmente característica de cada tipo estructural, y asociada al problema de flexión básico que resuelve la estructura -es el canto de las vigas, o la flecha o peralte de los arcos, etc.-. Se denota por  $h$ .

3.- Esquema, que corresponde a la configuración formal de la estructura, la ley que describe su trazado -la posición de los puntos correspondientes a las directrices de las barras o a las superficies medias de las cáscaras que componen la estructura- considerado independientemente de los anteriores conceptos de forma. Es una restricción del concepto matemático de topología, en el sentido que agrupa las formas -topológicamente equivalentes- que pueden obtenerse, bien por transformaciones proporcionales -cambios de tamaño-, bien por homologías que invoquen sólo cambios en la dirección descrita por el peralte. -Cambios de peralte-. Se denota por  $\xi$ .

Se denomina esbeltez a la relación  $l/h$  y se denota por  $\lambda$ .

*Conceptos asociados a la forma de la carga.* En el diseño de estructuras pueden deslindarse los fenómenos que dependen de la intensidad de la carga de aquellos que dependen solo de su forma, por lo que a menudo -y en particular en este artículo- empleamos el concepto de Carga en el sentido de su valor total sobre la estructura en una dirección dada del espacio -en general la dirección de la gravedad-, midiéndose en unidades de fuerza. Se denota por  $Q$ , y usualmente debe incluir el peso propio de la estructura, salvo que el contexto quede explícita alguna opción diferente.

---

medido por su cantidad de estructura, bien a la deformación unitaria del material empleado. Cabe señalar que puede mantenerse idéntica deformación a la que resultaría de una solución concreta dada, empeorando el diseño -multiplicando entonces  $W$  por un cierto factor  $\alpha$ - y disminuyendo en consecuencia la deformación unitaria  $\epsilon$  en idéntico factor  $\alpha$ , pero deberá entonces aceptarse que la cantidad de material empleado aumente entonces, respecto a la solución original, con  $\alpha^2$ , al requerirse más material, según la expresión (2), tanto en concepto de la mayor cantidad de estructura requerida como por consecuencia de la menor tensión de trabajo empleada.

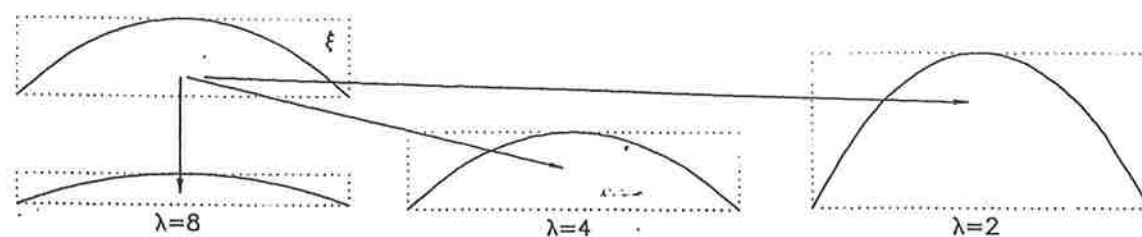


Figura 3

Frente a la carga expresamos su forma por la distribución de la carga, que es el cociente, en cada elemento de la estructura, entre la carga realmente aplicada al elemento y la carga total. Se denota por  $k$ . De este modo, la carga en cada punto puede expresarse por el producto de  $Q$ , carga total, y el valor de la distribución  $k$  en ese punto<sup>7</sup>.

*Conceptos referidos a la forma local, o dimensionado.*

1.- ámbito corresponde a la dimensión máxima que, sin cambiar de peralte, podría ocupar la estructura en el espacio asignado a la misma -macizándolo- es decir, sin interferir -sin obstruir- áreas de ese espacio no accesibles -el semiespacio bajo la línea de tierra por ejemplo-, o que estén destinadas a ser ocupadas por otras estructuras -por ejemplo en el caso de vigas paralelas de hormigón sería el volumen dado por el tamaño, el peralte, y la separación entre vigas-. En el caso de tipos lineales -vigas, etc.- tal dimensión puede usualmente ser representada eficazmente mediante un área -la sección del volumen citado por un plano transversal a la directriz, o mediante una longitud -el cociente entre dicho área y el peralte, es decir el ancho de la viga- y en el caso de estructuras superficiales tal dimensión se representa usualmente mediante una longitud -el espesor medido por el segmento interior a dicho volumen de una recta normal a la superficie media en un punto dado-.

2.- dimensionado de una sección, o de un punto,  $\Phi_L$ ,  $\text{E } \xi$  es la dimensión efectivamente empleada por la estructura en ese punto -en unidades análogas a las adoptadas para expresar el ámbito.

3.- dimensionado de la estructura,  $\Phi$  es el dimensionado de un punto característico de la estructura, definido para cada tipo: el centro del vano de una viga, la clave de un arco o una cúpula, etc.

<sup>7</sup> Se trata de una distribución en el sentido de que  $\int_{\xi} k d\xi = 1$ .

4.- ley de dimensionado  $\Phi$  es la descrita sobre el esquema  $\xi$  por la relación entre el dimensionado de cada punto considerado en el esquema y el dimensionado de la estructura.  $\Phi = \frac{\Phi_L}{\Phi}$ .

Se denomina grosor o espesor de la estructura a la relación entre el dimensionado de la estructura y el ámbito disponible para la misma, y es un valor entre 0 y 1, que permite describir de forma continua la evolución de estructuras delgadas o ligeras a pesadas.

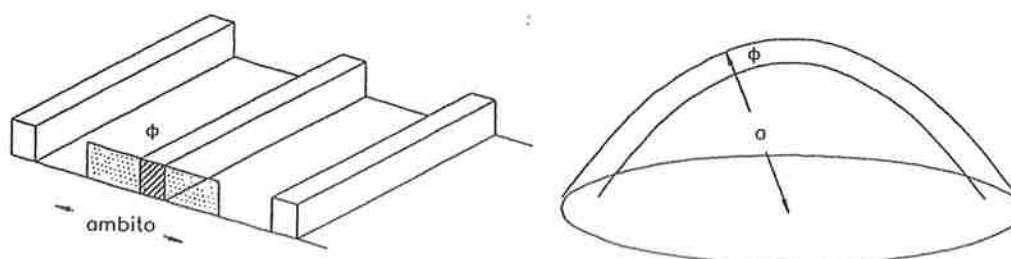


Figura 4

### Tipos y pesos

Definida una estructura, más si es de tamaño considerable, el peso de la misma es una medida de calibración importante: es usual hablar de los pesos por metro cuadrado de las diversas soluciones de cubierta. Es más, uno de los problemas a resolver es, precisamente, soportar el propio peso.

Si queremos hablar con abstracción sobre el material empleado, preferimos hablar de cantidad de estructura mejor que de peso.

Puede mostrarse de forma muy general que la cantidad de estructura invertida en una solución concreta puede describirse de la forma siguiente:

$$(3) \quad W = \Omega Q l$$

expresión en la que  $Q$  mide la carga total sobre la estructura -en unidades de fuerza-,  $l$  es el tamaño de la estructura, y  $\Omega$  puede ser considerada como la cantidad de estructura de la estructura unidad, siendo tal estructura unidad la estructura proporcional a la considerada de tamaño igual a la unidad, y de carga total igual a la unidad, y por lo tanto de igual forma de estructura y carga, pero con tamaño y carga idénticos a las unidades de longitud y fuerza.

Es evidente la proporcionalidad de  $W$  respecto a  $Q$  considerando sólo cambios de carga total pero no de tamaño, pero también es fácil ver -recurriendo al modelo de barras- que los cambios de tamaño manteniendo la proporcionalidad de la forma, y que no supongan alteración en las cargas totales, no implican alteración en los esfuerzos  $|N|$  de las barras, sino sólo alteración en las longitudes de las mismas, de lo que resulta que  $W$  es proporcional a  $l^3$ .

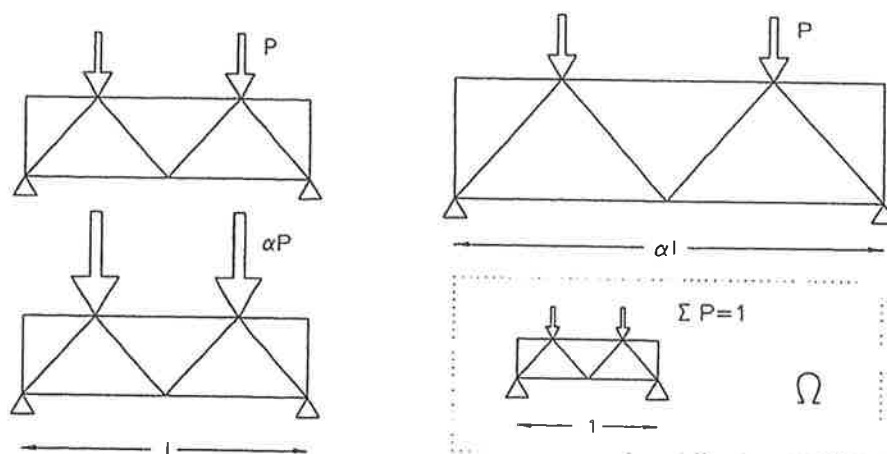


Figura 5

Es de gran interés considerar  $W$ . Se tratará de una medida que depende sólo de la forma de la estructura -pero no de su tamaño-, y de la forma -de la distribución  $\kappa$ - de la carga, pero no del valor de la carga total. Dicho valor depende, pues, de  $\varepsilon$ ,  $\lambda$  y  $\kappa$ , pero puede mostrarse que el parámetro esencial es la esbeltez  $\lambda$ , y para esbelteces altas  $\Omega$  es -muy aproximadamente- proporcional a ésta, por lo que es útil escribir

$$(4.1) \quad \Omega = \psi(\lambda, \varepsilon, \kappa) \lambda$$

Otra forma -empírica- de expresar  $\Omega$  para esbelteces no muy elevadas, es, empleando una esbeltez de referencia  $\lambda_r$  elegida a priori:

$$(4.2) \quad \Omega = \psi(\lambda, \varepsilon, \kappa) \left( \lambda + \frac{\lambda_r^2}{\lambda} \right)$$

Si para  $\lambda_r$  empleamos el valor de la esbeltez óptima del tipo  $\lambda_0$ , resultará que tanto  $\psi$  como  $\Omega$  son estables cerca de dicho óptimo, por lo que la expresión puede ser de mucha utilidad en las esbelteces bajas.

<sup>8</sup> Tal alteración sí supondría una alteración, bien en la cantidad de material de las barras comprimidas, bien una alteración en la complejidad de la sección empleada para éstas, por razón del pandeo.

En ambos casos las expresiones de  $\psi$  o  $\Psi$  mantienen una cierta estabilidad con  $\lambda$ , dependiendo básicamente del esquema estructural, si consideramos la distribución de cargas asociadas íntimamente a dicho esquema.

Es decir, la cantidad de estructura de una solución estructural puede medirse por

$$(5) \quad W = \Psi \lambda Q l, \quad \text{o por} \quad W = \Psi \left( \lambda + \frac{\lambda_o^2}{\lambda} \right) Q l$$

expresiones en las que tenemos determinados los parámetros básicos, esquema, esbeltez, carga total y tamaño.

Queda claro, entonces, cómo establecer la comparación entre tipos alternativos, a través de las expresiones de  $\Omega$  o de cualquiera de los  $\psi$  o  $\Psi$  para los mismos, y de las esbelteces y tamaños que puedan emplearse con ellos.

### Tipos y tamaños

Un concepto de extremada utilidad en la evaluación de estructuras es el de Tamaño máximo de la estructura o Alcance de la estructura, que es el máximo que tal estructura puede llegar a alcanzar soportándose sólo a sí misma, es decir, soportando exclusivamente su propio peso, y sin capacidad para soportar carga adicional alguna.

En dicho tamaño, que denotaremos por  $L$ , la distribución de carga  $k_p$  responderá sólo a características del diseño -forma, secciones, ...-, y del material elegido, siendo la carga total  $Q$  el peso total de la estructura  $Q = \frac{W}{\sigma/\rho}$ . El peso dependerá de las secciones empleadas, en la medida en que para cada tramo del esquema el peso será igual al peso específico  $\rho$  por el dimensionado del tramo -el área de la barra-, y por la dimensión del tramo -la longitud elemental considerada-. Puede describirse la distribución de cargas correspondiente:

$$P = \int_{\xi} \rho \Phi_i d\xi = \Phi \rho \int_{\xi} \phi d\xi$$

$$\kappa d\xi = \frac{dP_i}{P} = \frac{\rho \Phi_i d\xi}{\Phi \rho \int_{\xi} \phi d\xi} = \frac{\phi d\xi}{\int_{\xi} \phi d\xi}$$

es decir, la distribución de cargas depende, como es evidente, del esquema, y de la ley de dimensionado empleada, pero no de las dimensiones concretas si éstas se alteran todas proporcionalmente:

$$\kappa = \frac{\phi}{\int_{\xi} \phi d\xi}.$$



Tenemos que 
$$W = \Omega Q L = \Omega \frac{W}{\sigma/\rho} L,$$

y por lo tanto, para toda estructura proporcional a la considerada deberá ser

$$(6) \quad l \leq L = \frac{1}{\Omega} \frac{\sigma}{\rho}$$

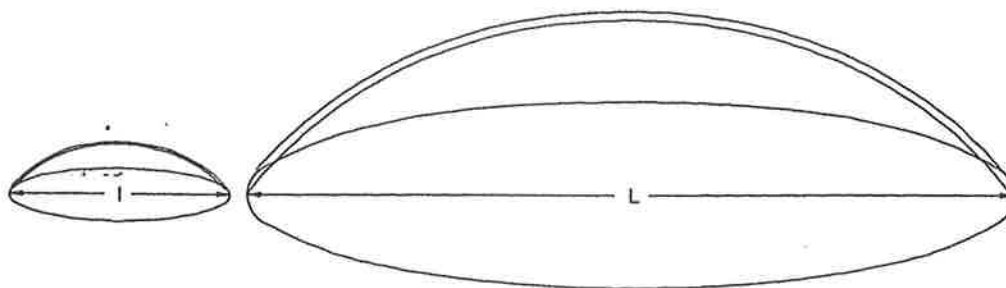


Figura 6

Lo importante de la expresión es que el tamaño máximo, el alcance de la estructura, no depende en absoluto del dimensionado concreto, sino sólo de su ley. Esto es así porque, dada una estructura dimensionada en su límite de tamaño, si se aumentan las dimensiones de las secciones empleadas proporcionalmente, multiplicándolas por un factor dado, aumentan en la misma medida el peso total de la estructura y la resistencia de sus secciones, por lo que no existe mejora en el comportamiento de éstas, que siguen trabajando a idéntica tensión.

En estructuras que alcanzan el tamaño máximo, -para una ley de dimensionado correcta-, las tensiones en las secciones -las máximas admisibles en el material- se emplean para soportar la estructura misma. Si reducimos la estructura de tamaño manteniendo todas las proporciones, los volúmenes -y pesos- disminuyen con el cubo de la reducción de las dimensiones lineales, mientras que las secciones disminuyen con el cuadrado de éstas, por lo que las tensiones disminuyen con la luz. De este modo la tensión derivada del peso propio en cada punto puede referirse a la de la estructura de máximo tamaño, y por lo tanto puede obtenerse el margen de resistencia disponible para cargas externas

$$(7) \quad \frac{\sigma_p}{\sigma} = \frac{l}{L} = \chi = \frac{l}{L} = \frac{\Omega l}{\sigma/\rho}$$

$$\frac{\sigma_q}{\sigma} = (1 - \chi)$$

expresiones en las que  $\sigma_p$  y  $\sigma_q$  denotan las tensiones que se derivan de sólo el propio peso o de sólo las cargas externas adicionales.

Las expresiones (6) y (7) son extremadamente importantes en el diseño de estructuras en las que ha de considerarse el propio peso, y pueden emplearse con facilidad si se interpretan en el sentido de que considerar el propio peso es equivalente a no considerarlo si se disminuye la tensión de trabajo del material empleado en el  $1-\chi$ . Hay que recalcar la importancia de la relación  $\chi = l/L$ : es la relación entre el tamaño actual y el tamaño máximo de una estructura, y para todos los tipos estructurales y soluciones es, pues, un valor entre 0 y 1 que refleja la importancia del tamaño que se emplea. Denominamos tamaño relativo a dicha relación.

### Tipos y costes

Observando las expresiones anteriores puede considerarse que la eficacia de una solución estructural es inversa al valor de  $\Omega$ , pues para un esquema dado la cantidad de estructura aumentada con tal valor, y el alcance de la solución disminuye con el mismo.

Recordando las expresiones (5), resulta de gran interés obtener gráficas de  $\psi(\lambda, \xi, \kappa)$  -o de la alternativa  $\psi(\lambda, \xi, \kappa)$ -, o mejor, de  $1/\psi$ . En la figura F nº 7 se presentan gráficas correspondientes a vigas apoyadas de sección rectangular constante, a vigas de canto constante dimensionadas estrictamente, a vigas estrictas de canto variable sin alma, arcos -sin considerar tirante-, y cúpulas de forma de casquete esférico de espesor constante. En todos los casos se entiende que la distribución de cargas es la correspondiente al peso propio de cada solución concreta.

Puede observarse que, para esbelteces altas, los valores para vigas de  $1/\psi$  están cerca de 4, de 8 para los arcos, y de 16 para las cúpulas. O lo que es lo mismo, el orden de magnitud del problema asociado a cada tipo de solución depende de la esbeltez, y de un factor en torno a 1/4 en vigas, 1/8 en arcos y 1/16 en cúpulas. La conclusión inmediata es que las cúpulas admitirían con el mismo orden de magnitud en el problema -en la cantidad de estructura- esbelteces dobles que los arcos, y cuádruples que las vigas, y por lo tanto, parecería que la eficacia de cada solución crece con un factor de dos.

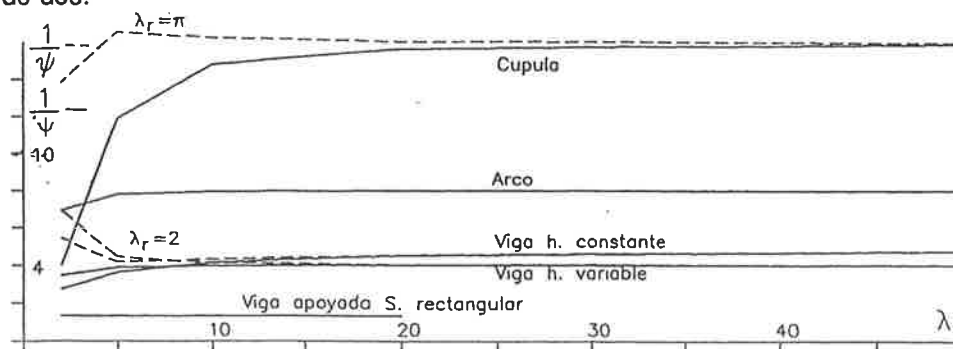


Figura 7

Vamos a ver que, en realidad, las soluciones son comparables entre sí. Pues en efecto, podemos establecer comparaciones entre unos tipos con otros con mucha facilidad: la viga sin alma de canto variable no es más que un arco y una catenaria contrapuestos, de modo que la misma forma tiene esbeltez mitad en la viga que en el arco de idéntica forma, por lo que se trata, pues, de la misma solución. O, visto desde otra perspectiva, al añadir al arco el tirante que le falta, pasa a ser comparable como solución a la viga, desapareciendo el factor de ventaja que parecía existir.

Si comparamos la cúpula con el arco, resulta claro que la ventaja de aquélla estriba en la posibilidad de emplear el material dos veces: en una solución continua de espesor dado, el mismo espesor se emplea eficazmente para soportar las tensiones de las dos direcciones principales del estado plano de tensión de la cúpula. Pero en el momento en que haya de optarse por soluciones discretas de barras resulta imprescindible duplicar el material para poder aportar resistencia en ambas direcciones principales, por lo que, para cada dirección considerada independientemente resultará que la carga a considerar debe duplicarse respecto de la estricta necesaria para cubrir las tensiones existentes en dicha dirección. La cúpula pasa a ser de inmediato una solución comparable al arco. Puede obtenerse una imagen intuitiva sin más que imaginar el cierre en abanico de la cúpula. Es más, puede verse con cierta facilidad que el orden de magnitud del problema derivado de los empujes en la cúpula es similar al correspondiente en el arco, por lo que la primera conclusión -cualitativa- que podría extraerse del rápido análisis realizado es que las alternativas tipológicas -desde el punto de vista de la estructura- no han de suponer grandes diferencias en la eficacia de la solución para esbelteces comparables, si éstas no son esbelteces bajas. Y la veracidad de tal aserto queda demostrada experimentalmente por la extensa diversidad de soluciones existentes, en las que las ventajas de unas respecto a otras se sitúan más bien, o en consideraciones de tipo constructivo, o en resultados derivados del refinamiento de la solución elegida.

Si queremos matizar la diferencia de comportamiento y consumo estructural de soluciones descomponibles en elementos lineales -vigas o arcos-, y soluciones totalmente espaciales -losas o cúpulas- el problema debe asociarse fundamentalmente a la diferente distancia a los apoyos de áreas extensas de estructura, que es apreciablemente menor en estructuras cuyo apoyo se localiza en contornos correspondientes a polígonos regulares, desde el triángulo y el cuadrado, hasta el círculo.

Puede hacerse una muy rápida evaluación de lo que supone esta diferencia en una solución óptima en losa o emparrillado de planta cuadrada -de canto constante-, frente a una solución equiparable de vigas apoyadas en dos lados opuestos: es sabido que la solución óptima superficial ha de cumplir como condición que sus deformaciones correspondan, bien a casquetes esféricos en áreas con estados de flexión de igual signo en direcciones transversales entre sí, bien a superficies de doble curvatura de curvaturas principales de igual radio y signo contrario en zonas de momentos de signos opuestos.

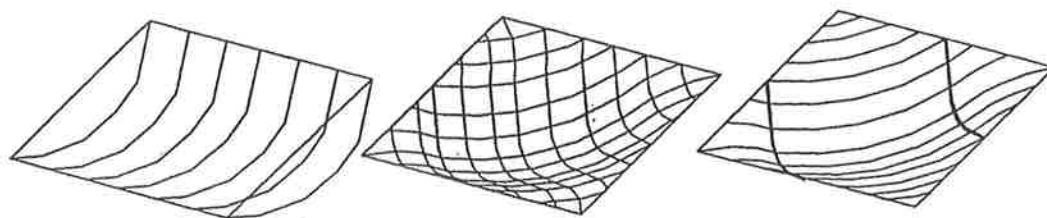
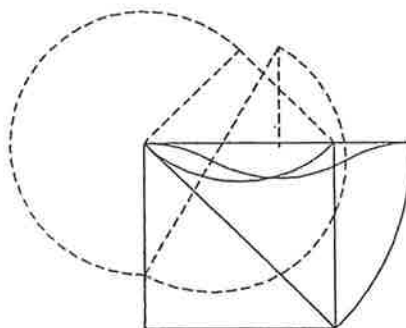


Figura 8

Podemos comparar, pues, las deformadas de ambas soluciones F nº 8, y evaluar la cantidad de estructura que se requiere: si recordamos que en soluciones óptimas el producto  $W\epsilon$  mide la flecha ponderada por la carga, y si consideramos  $\epsilon$  constante en todas las soluciones y áreas de las estructuras propuestas, podemos medir

$$W\epsilon = \int q\delta \, dx \, dy$$

Hay que considerar que, para igual esbeltez y aprovechamiento del material -igual  $\epsilon$ -, la curvatura  $C$  de las deformadas es idéntica, y pueden compararse las flechas máximas de ambas soluciones:

Figura 9. Las diferencias en  $\delta$  son de segundo orden.

$$\begin{aligned}\delta_{0v} &= \frac{Cl}{4} \frac{l}{2} \\ \delta_{0l} &= 2 \frac{C}{4} \frac{l}{\sqrt{2}} \frac{l}{\sqrt{2}} \\ \delta_{0l} &= \delta_{0v} = \delta_0\end{aligned}$$

Una aproximación grosera a la cantidad de estructura, pero suficiente a los efectos de estas líneas, se obtiene considerando como deformación cilíndrica de la solución de la viga una ley cosenoidal, y como ley de deformación de la losa una doblemente cosenoidal, de modo que

$$W_v \approx \frac{1}{\varepsilon} \int_{-l/2}^{l/2} q \delta_0 l \cos \frac{\pi x}{l} dx = \frac{1}{\varepsilon} \frac{2}{\pi} q \delta_0 l^2$$

$$W_l \approx \frac{1}{\varepsilon} \int_{-l/2}^{l/2} \int_{-l/2}^{l/2} q \delta_0 \cos \frac{\pi x}{l} \cos \frac{\pi y}{l} dx dy = \frac{1}{\varepsilon} \frac{4}{\pi^2} q \delta_0 l^2$$

y por lo tanto

$$\frac{W_v}{W_l} = \frac{\pi}{2}.$$

Ahora bien, tal y como se ve en la figura, podrían, en la solución de vigas, haberse dispuesto vigas en las direcciones a 45°, de modo que las luces de éstas puedan reducirse apreciablemente, e incluso puedan emplearse soluciones con momentos negativos, y en dicho caso la deformada resultante demuestra que la cantidad de estructura requerida por la solución de viga es equiparable a la solución espacial.

La ventaja está, pues, sólo en la posibilidad de reducir las luces generales de la estructura empleando los apoyos disponibles más próximos.

Es, pues, en la calidad de detalle de los diseños concretos donde residirán las diferencias de unas soluciones a otras.

En este trabajo de refinamiento hay cuatro cuestiones de cuyo tratamiento pueden derivarse mejoras relativas de importancia:

1.- La posibilidad de no incluir parte de la estructura portante dentro de las cargas que ella misma ha de sostener, es decir, la posibilidad de escamotear el peso del tirante, o del cordón comprimido a la flexión global. Es de interés creciente con tamaños grandes. Es una poderosa razón a favor de estrategias de soluciones basadas en anillos. Hay que añadir que si además puede eliminarse dicho elemento estructural mediante algún anclaje directo al terreno de menor coste, se derivarán nuevas ventajas.

2.- La posibilidad de emplear adecuadamente toda la capacidad de apoyo posible, reduciendo de dicho modo las luces generales. La estrategia adecuada es emplear todos los apoyos posibles no incompatibles con el uso.

3.- Minimizar la influencia de los elementos comprimidos, considerando el sobrecoste derivado, bien del factor del pandeo, bien de la mayor complejidad de las barras si se acota superiormente dicho factor. Añadiendo que, si tales elementos comprimidos forman parte del peso a sostener, el sobrepeso de pandeo actúa como un factor de sobredensidad más de la estructura. El razonamiento apunta en favor de estrategias de solución basadas en mástiles.

4.- Minimizar los sobredimensionados necesarios correspondientes a los efectos locales de las alteraciones posibles en la forma de las cargas. Esto exige el empleo de soluciones con rigidez

de forma, y cuya rigidez se obtenga mediante soluciones de baja esbeltez local, como resultado de la conclusión siguiente

Si la primera conclusión permite mostrar las proximidades y diferencias entre soluciones, la segunda conclusión a señalar es la altísima importancia de la esbeltez, que constituye el parámetro básico de todas las soluciones. En general, las soluciones óptimas desde el punto de vista exclusivo de la estructura se sitúan en valores muy bajos para las esbelteces -son usualmente menores que 6 si hay libertad de diseño-. Ahora bien, la estructura forma parte inseparable de una solución arquitectónica cuya forma implica no sólo la estructura, sino también las superficies a cerrar, los volúmenes a acondicionar, etc. De este modo, si la forma de la estructura está, por razones ajenas a la misma, asociada a las formas de otros elementos constructivos, las esbelteces óptimas han de ser las que resultan de minimizar el problema conjunto [estructura + cerramientos + ...]. En tales casos las investigaciones demuestran que los valores que optimizan el conjunto son mucho mayores: llegan con facilidad a 15-20<sup>9</sup>. En todo caso, esto aboga en favor de soluciones arquitectónicas que desacoplen la forma de la estructura de la forma del cerramiento. Un ejemplo muy esclarecedor es la cubierta propuesta por Arata Isozaki en su solución -no vencedora- para el Estadio Olímpico de Barcelona.

La tercera conclusión inmediata es que en estructuras en las que el propio peso es parte esencial de la carga -y en las que no existe una cota inferior a su valor que sea impuesto por otras razones<sup>10</sup>- la disminución del problema -en términos de inversión necesaria en estructura- va de la mano del empleo de materiales con alto alcance  $\sigma/p$ .

Al considerar alternativas es de gran utilidad referir todos los factores de coste a la unidad de peso del material empleado, si ello es posible, y mejor aún, -el paso es inmediato- a la unidad de cantidad de estructura (1m x 1T) realizada con dicho material. Si queremos comparar soluciones alternativas de diseño y material, habremos de comparar costes totales de tales soluciones. Si las soluciones implican soportar cargas -ajenas al peso propio de la estructura- análogas<sup>11</sup>, podemos evaluar los costes requeridos con facilidad. En lo que sigue vamos a suponer además que las distribuciones  $\kappa$  de carga son iguales -tienen la misma forma- para el propio peso y para las cargas externas<sup>12</sup>. Entonces, para la solución  $i$ , si  $P_i$  es el peso de la estructura, y  $P_j$  el precio del material por unidad de peso,

<sup>9</sup> Como ejemplo, puede consultarse mi trabajo de 1990, inédito, "*Métodos de minimización aplicados al diseño de cúpulas*", en la Biblioteca del Departamento de Estructuras de Edificación, en la ETSAM.

<sup>10</sup> Por ejemplo, en estructuras de pisos, aunque el peso propio de la estructura puede ser una parte apreciable del problema, es una parte relativamente estable que, incluso, no merece la pena tratar de disminuir si se consideran los requisitos de aislamiento acústico.

<sup>11</sup> Aunque esto no es necesariamente así en la realidad, es una buena guía considerar problemas en los que las cargas sobre la estructura, por razones de uso, viento, etc.... son las mismas.

<sup>12</sup> Nuevamente se trata de una simplificación que, aun aportando un cierto grado de error a las conclusiones, queda justificada por la envergadura de la potencia explicativa que facilita. En todo caso es fácil estudiar en tipos concretos las alteraciones a las conclusiones que siguen que se deben a la hipótesis citada, en una posterior tarea más refinada.

$$C_i = P_i * P_i = \frac{W_i}{\sigma_i/\rho_i} P_i$$

$$C_i = \Omega_i Q_{qi} l_i \frac{P_i}{\sigma/\rho} = \frac{\Omega_i Q_{qi} l_i}{1 - \chi_i} \frac{P_i}{\sigma/\rho}$$

$$C_i = \Omega_i Q_{qi} l_i \frac{P_i}{(1 - \chi_i) \sigma/\rho}$$

expresiones en las que  $Q_i$  representa la carga total sobre cada estructura  $i$ , y  $Q_{qi}$  representa la carga sobre la estructura ajena al propio peso.

Es decir, si consideramos, a efectos de la comparación entre soluciones, la estructura requerida en función sólo de la carga ajena al propio peso, tenemos que  $W_{Si} = \Omega_i Q_{qi} l_i$  no es más que la cantidad de estructura requerida por la solución  $i$  para resolver el problema de la carga externa  $Q_{qi}$ , y  $\frac{P_i}{(1 - \chi_i) \sigma/\rho}$  puede considerarse como el precio por unidad de cantidad de estructura de cada material considerado, incluyéndose en  $(1 - \chi_i)$  las necesidades de sostener el propio peso. En efecto,  $\Pi_i = \frac{P_i}{\sigma/\rho}$  tiene unidades de coste por unidad de cantidad de estructura -pesetas por metro Tonelada-. El coste resulta

$$C = W_s \frac{\Pi}{1 - \chi}, \quad \Pi = \frac{P}{\sigma/\rho} \quad \text{precio por unidad de cantidad de estructura}$$

$$(8) \quad \frac{1}{1 - \chi} = \frac{1}{1 - \frac{l}{L}} = \frac{1}{1 - \frac{\Omega l}{\sigma/\rho}}$$

Así pues, si comparamos soluciones idénticas en las que el único parámetro que se varía es el material empleado,  $W_s$  será el mismo en todas las soluciones, y sólo interesa comparar el precio pagado por cada material. En la evaluación de dicho precio se tiene en cuenta la resistencia del mismo -por ello manejamos precios por unidad de cantidad de estructura, y no por precios por kilo o por  $m^3$  de material-, y su alcance, del que depende la parte desperdiciada por la estructura para sostenerse a sí misma.

La tabla siguiente trata de señalar algunos órdenes de magnitud de los parámetros citados.

MATERIAL	$\rho$ T/m <sup>3</sup>	$\sigma$ kg/cm <sup>2</sup>	$E$ T/cm <sup>2</sup>	$\sigma/\rho$ m	$E/\rho$ km
Acero A-42	7.86	4200	2100	5343	2671.7
Acero A-220	7.86	22000	2100	27989	2671.7

MATERIAL	$\rho$ $T/m^3$	$\sigma$ $kg/cm^2$	$E$ $T/cm^2$	$\sigma/\rho$ $m$	$E/\rho$ $km$
Aluminio	2.75	1576	720	5732	2618.1
Titanio	4.51	4968	1120	11015	2483.3
Hormigones normales	2.50	300	200	1200	800.0
Hormig. ligeros especiales	1.80	500	230	2777	1277.7
Maderas	0.69	900	123	13043	1782.6
Poliéster con fibra de Vidrio	1.70	3500	260	20588	1529.4
Fábricas de Ladrillo Macizo	1.80	140	253	777	1405.6

Los valores de  $\sigma/\rho$  en servicio del hormigón armado, madera, acero laminado y aluminio son del orden de 500, 1500 y 2200 m. y 3200 m. respectivamente.

Más difícil es precisar precios considerando material, ejecución, protecciones, etc. pero en la actualidad, en una estimación grosera de precios por unidad de cantidad de estructura, el aluminio alcanza dos a tres veces el precio de la madera, que supera en más del 50% al del acero.

Finalmente, una comparación entre soluciones que considere materiales, esquemas, esbelteces, y detalles de la solución, añadiría los sobrecostes derivados de lo que más arriba hemos llamado refinamiento de la solución, y cuyo análisis detallado excede los objetivos de estas notas.

### El caso de las estructuras pretensadas

Si analizamos el problema de las estructuras ligeras, resulta evidente que uno de los problemas a afrontar es el de su elevada deformabilidad: por un lado los tipos en tracción que podríamos llamar funiculares requieren movimientos finitos para adaptar su forma a la forma de las cargas<sup>13</sup> y es evidente que, en la medida en que el viento y la nieve son las componentes fundamentales de las cargas sobre las cubiertas, tales cargas son de forma muy variable. Por otro lado, si, como se ha tratado más arriba, las esbelteces son, por razones ajenas a las estrictamente estructurales, más altas que las óptimas estructurales, y si, por ello, las deformaciones aumentan de forma que pueden tornarse incompatibles con el uso o con los elementos de cerramiento, resulta que limitar la deformación pasa a ser inmediatamente un problema central. Se plantea entonces la pregunta de en qué medida es aplicable la anterior reflexión al problema, cuando las soluciones adecuadas a las estructuras ligeras pasan a menudo por el empleo de métodos de pretensado.

<sup>13</sup> Frente a los tipos funiculares, que basan el equilibrado de las cargas transversales -de flexión-, si las comparamos a las cargas de acción axial- en esfuerzos contenidos en la directriz de la forma estructural, axiales por lo tanto, podemos considerar los tipos flectados, que basan tal equilibrio en esfuerzos de flexión, cortante y momento.



Trataremos pues del asunto para comprobar la posibilidad de aplicación del método planteado.

En primer lugar, cabe señalar que el medio alternativo de aumentar la rigidez consiste en aumentar la cantidad de material añadiendo más estructura, bien idéntica a la original, -es decir, disminuyendo las tensiones de trabajo del material-, bien de otro tipo, lo que supone igualmente la disminución general de tensiones en la estructura previa. Podemos llamar a tal estrategia estrategia pasiva, y es evidente que la rigidez añadida es la de la estructura añadida, implicando un sobre coste por la parte de tensión no empleada en el material. Podríamos ver la cuestión como si estuviésemos tratando de materiales de menor calidad, y por lo tanto de coste unitario -por unidad de cantidad de estructura- mayor.

Frente a tal procedimiento tenemos el que denominaremos estrategia activa que implica añadir material sometiendo al conjunto a un esfuerzo de tensado previo a la carga.

Comparamos ambos procedimientos.

*Rigidez de forma:* En primer lugar, si consideramos la estabilidad de forma de la estructura frente a las alteraciones de la forma de las cargas externas -a lo que denominamos rigidez de forma-, resulta evidente la mayor rigidez de forma obtenida mediante la estrategia activa a igualdad de tipo estructural añadido, dado que la carga que aporta el pretensado y que se acumula a la externa tiene estabilidad de forma, por lo que las alteraciones requeridas en la forma de la estructura para adaptarse a la carga total son evidentemente menores que en soluciones pasivas de rigidez comparable: se aporta estabilidad a la forma de la carga. Aquí es donde reside la ventaja fundamental de la estrategia activa en estructuras ligeras. Para estructuras de poca rigidez de forma -básicamente estructuras basadas en cables o membranas de tracción-, es inevitable algún procedimiento de tensado. En estructuras con mucha rigidez de forma -entre las funiculares, las estructuras de doble curvatura, o las estructuras flectadas-, tal ventaja puede ser irrelevante. En apartados precedentes hemos señalado que ésta es una de las cuestiones de importancia en un segundo orden de aproximación al diseño.

*Rigidez elástica:* Vamos a considerar la deformación elástica. Supongamos un diseño inicial destinado a soportar las cargas -que suman  $Q$ -, y que denominaremos Estructura portante, de rigidez  $K_p$ , -donde  $K_p = Q/\delta$ , siendo  $\delta$  la flecha significativa del problema- y supongamos tal rigidez insuficiente para los requisitos prescritos. Para deslindar problemas, no consideramos ahora la rigidez funicular, ni, por lo tanto alteraciones en la forma de la carga, sino sólo la necesidad de reducir el valor de la flecha  $\delta$  para la carga  $Q$ .

La estrategia pasiva implica añadir más estructura, cuya rigidez  $K_t$  se acumula a la preexistente, resultando una rigidez total

$$K = K_p + K_t$$

Tal solución implica la disminución de las tensiones de trabajo del material empleado en la estructura original en el factor  $K_p/K$ , y un sobrecoste -y un sobrepeso- equivalente al de la estructura añadida.

La estrategia activa implica añadir más estructura, que suponemos de rigidez  $K_t$ , pero ahora dicha estructura se emplea para someter a la estructura original a un estado de tensión -y de deformación- inicial. Hay muchas formas de proceder<sup>14</sup>, pero por claridad vamos a considerar aquí que la estructura añadida actúe en el mismo sentido de las cargas -y con análoga distribución  $\chi$ -; y la denominaremos Estructura tensante.

Tras el proceso de tensado, una vez estabilizada la estructura conjunta -e incluso estabilizado el proceso de pérdidas que debieran ser consideradas-, la estructura se estabiliza en una deformación inicial  $\delta_i$ . Si consideramos la aproximación lineal al comportamiento de la estructura conjunta, nuevamente las rigideces serán la suma de la de ambas subestructuras.

Consideremos que la estructura se diseña para una carga máxima que es la que alcanza a descargar totalmente la estructura tensante<sup>15</sup>. Si la carga máxima es  $Q$ , la carga mutua entre estructuras en el estado inicial, sin carga externa,  $Q_i$ , la flecha inicial  $\delta_i$  y la flecha máxima  $\delta$ , resultan las relaciones siguientes:

$$K_t = \frac{Q_i}{\delta - \delta_i}, \quad K_p = \frac{Q_i}{\delta_i} = \frac{Q}{\delta}$$

sin más que relacionar para cada estructura por separado la carga actuante y la flecha que resulta de ella.

Tales relaciones implican que

$$(9) \quad \frac{Q}{Q_i} = \frac{\delta}{\delta_i}, \quad \frac{K_t}{K_p} = \frac{\delta_i}{\delta - \delta_i}$$

<sup>14</sup> Podríamos considerar tres grandes grupos de soluciones:

1.- Se añade estructura que, tras el proceso de tensado actúa en el sentido de sostener las cargas predominantes gravitatorias: por ejemplo los cables de trazado parabólico en vigas.

2.- Se añade estructura que, tras el tensado crea un estado de tensiones neutro respecto de las cargas gravitatorias. La función del tesado es sólo -y a menudo ya es mucho- cambiar el estado de sollicitación bajo carga: los cables rectos en vigas: se trata de transformar flexiones en compresiones compuestas.

3.- Se añade estructura que, tras el tensado, actúa en el mismo sentido que las cargas gravitatorias predominantes: es el caso que se produce en estructuras constituidas por dos redes de cables cruzadas sobre una superficie de doble curvatura de tipo hiperbólico.

Puede haber soluciones de mayor complejidad en las que un elemento dado forme parte simultáneamente de las dos estructuras, portante y tensante, como el anillo interior del Estadio Olímpico de Roma.

Cuestión diferente es cuál sea el procedimiento de tensado -es decir, cuál es el elemento que se somete a tensión para establecer el estado inicial, que es una cuestión secundaria si el objetivo es comprender el comportamiento de la estructura-. De este modo decidir la catalogación en alguna de las opciones 1.- y 3.- depende mucho de la forma de presentar la cuestión, pues en el primer caso, en el estado descargado tras tensar, la estructura inicial -la viga- sería la que trabaja en la dirección de la gravedad, contra la estructura añadida, y podría tratarse la cuestión como si fuese la viga el elemento añadido y tensado contra el cable.

<sup>15</sup> Instante en que ésta deja de colaborar y se produce usualmente una importante disminución en la rigidez del conjunto

La rigidez del conjunto estructural debe ser la suma de ambas, lo que se deduce de los datos precedentes, que contienen implícitamente la ecuación de compatibilidad al asignar  $\delta - \delta_i$  como deformación de la estructura tensante

$$K = \frac{q}{\delta - \delta_i} = K_p \frac{\delta}{\delta - \delta_i} = K_p \left( \frac{\delta - \delta_i}{\delta - \delta_i} + \frac{\delta_i}{\delta - \delta_i} \right) = K_p \left( 1 + \frac{K_t}{K_p} \right)$$

$$(10) \quad K = K_p + K_t$$

Puede procederse de forma aún más general, pero desde el momento en que se prescriben criterios de diseño que, a priori, caracterizan el tipo de comportamiento de la estructura completa, el diseño general de ésta dependerá finalmente de muy pocos parámetros<sup>16</sup>.

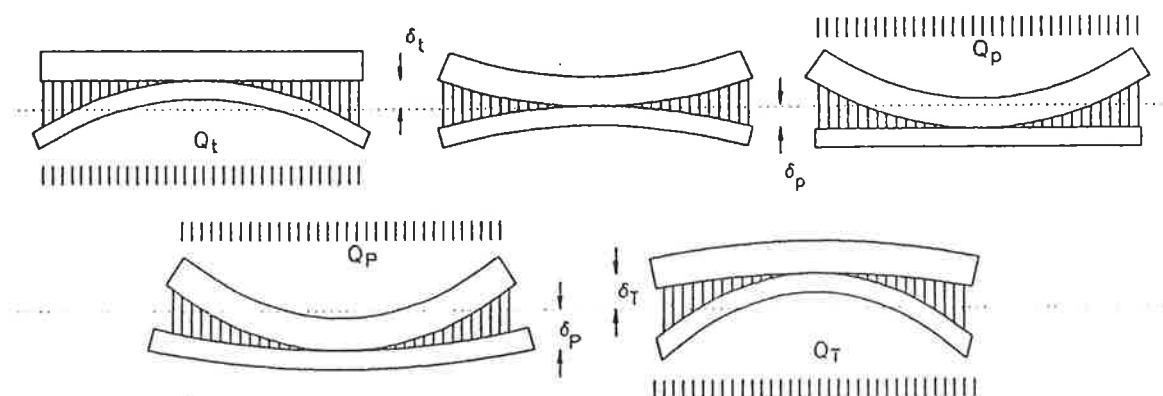


Figura 10. La figura central arriba representa el estado no cargado, y las figuras a derecha e izquierda los límites en que se descarga -bajo cargas opuestas- una de las componentes de la estructura.

Las figuras de abajo señalan los límites de deformación total para las cargas máximas.

<sup>16</sup> Por ejemplo, si la estructura portante y tensante, de rigideces  $K_p$  y  $K_t$ , y rigidez conjunta  $K$ , ver F nº 10 se tensan entre sí con una carga mutua  $Q_i$  que produce unas flechas iniciales -de sentidos opuestos-  $\delta_p$ ,  $\delta_t$ , y la estructura conjunta, frente a cargas totales opuestas  $Q_p$ ,  $Q_T$  presenta unos desplazamientos medidos respecto de la posición de equilibrio inicial  $\delta_p$ ,  $\delta_T$ , y si además las cargas que descargan a dichas estructuras respectivamente son  $Q_t$ ,  $Q_p$ , para desplazamientos  $-\delta_p$ ,  $-\delta_t$ , la descripción del problema tiene 12 parámetros, entre los que puede establecerse un grupo de 9 relaciones -de las que 7 son independientes- quedando 5 variables independientes:  $Q_p$ ,  $Q_T$ ,  $K_p$ ,  $K_t$ ,  $K_p/K_t$ ,  $Q_i$ . Pero en cuanto se añaden criterios de diseño definidos -ambas estructuras se descargan para las cargas extremas, o una estructura se descarga y la otra invierte su comportamiento al 100% pasando a colaborar completamente con la otra, etc.- las dos relaciones añadidas reducen los parámetros independientes a tres, por ejemplo  $Q_p$ ,  $Q_T$  y  $K_p$ , lo que permite conocer bastantes cualidades del diseño buscado. Las relaciones citadas son:

$$K_p = \frac{Q_i}{\delta_p} = \frac{Q_p}{\delta_p + \delta_p}$$

$$K_t = \frac{Q_i}{\delta_t} = \frac{Q_t}{\delta_t + \delta_T}$$

$$K = K_p + K_t = \frac{Q_p}{\delta_p} = \frac{Q_T}{\delta_T} = \frac{Q_p}{\delta_t} = \frac{Q_t}{\delta_p}$$

Cualquiera de los artificios alcanza la rigidez -elástica- acumulada de ambas estructuras, por lo que, desde este punto de vista, su resultado es equivalente al de la estrategia pasiva: el aumento de rigidez es equivalente al de la estructura añadida. Como la rigidez es una magnitud aditiva, pueden considerarse con facilidad opciones mixtas de disminución de tensiones máximas y tensado. Hay diferencias importantes, sin embargo, entre ambas estrategias: ya hemos citado la mayor estabilidad de forma de la carga en esta estrategia frente a la reducción generalizada de tensiones en la estrategia pasiva. Hay que añadir ahora que la estructura tensante aporta una carga que es de extrema importancia cuando han de resistirse cargas externas de signo inverso a las que soporta la estructura portante, lo que es habitual en estructuras ligeras de cubierta, en las que la succión del viento provoca estado de carga en los que las cargas totales actúan en el sentido opuesto al de la gravedad.

*Un ejemplo pretensado:* Vamos a considerar como ejemplo una estructura diseñada para soportar cargas totales  $Q_p$ , y cargas de signo opuesto a  $Q_p$  que denotaremos por  $Q_t$ , y consideremos como criterio de diseño del conjunto el criterio que denominaremos de doble descarga -la estructura tensante se descarga para la máxima  $Q_p$ , mientras que la estructura portante se descarga para la máxima  $Q_t$ -.

#### Resistencia:

La resistencia de la estructura conjunta incluye la de ambas estructuras,  $R_p$  y  $R_t$ , es decir puede entenderse que la resistencia necesaria es la requerida para la suma de las cargas actuantes,  $Q_p$  y  $Q_t$ , o que el rango de resistencias es el derivado del rango de las cargas actuantes, aunque en éstas el cero sea un punto interior, y no un extremo de rango. La resistencia es la resistencia "acumulada" ( $R_t$ ,  $R_p$ ) requerida para la carga "acumulada" ( $Q_t$ ,  $Q_p$ ). En el segundo intervalo, el cero es un punto interior. Si una solución alternativa es capaz de invertir su comportamiento, y resistir las cargas opuestas  $Q_t$  sin necesidad de estructura añadida, sería evidente su ventaja frente a la considerada.

#### Algunas Relaciones de diseño. Índice de pretensado:

En el diseño del conjunto estructural *Estructura portante + Estructura tensante*, ( $p + t$ ), empleando como criterio de diseño el de la doble descarga citado más arriba, y siendo  $Q_p$ ,  $Q_t$  las cargas,  $\delta_i = \delta_{ip}$  la flecha inicial -igual y de signo contrario a la que descarga la estructura portante-, y  $\delta$  la flecha máxima -para la que se descarga la estructura tensante-, resulta que

$$K = \frac{Q_p}{\delta - \delta_{ip}} = \frac{Q_t}{\delta_{ip}}$$

por lo que,

$$\frac{Q_p}{Q_t} = \frac{\delta - \delta_{ip}}{\delta_{ip}}.$$

Si llamamos  $\delta_{ip}$  a la flecha inicial de la estructura portante podemos llamar  $\delta_{it} = \delta - \delta_{ip}$  a la de la estructura tensante, pues esta se descarga para la posición  $\delta$ , y si recordamos (9), resulta

$$(11) \quad \frac{Q_p}{Q_t} = \frac{\delta_{it}}{\delta_{ip}} = \frac{K_p}{K_t},$$

pues, en efecto, de la hipótesis de la doble descarga resulta evidente que

$$\delta = \frac{Q_p}{K_p} = \frac{Q_t}{K_t}$$

Llamamos índice de pretensado a la relación entre la carga a que el pretensado somete a la estructura portante y la carga máxima de la misma. Es decir

$$i = \frac{Q_i}{Q_p} = \frac{\delta_{ip}}{\delta} = \frac{\delta_{ip}}{\delta_{ip} + \delta_{it}} = \frac{1}{1 + \frac{\delta_{it}}{\delta_{ip}}}$$

y según (11)

$$(12) \quad i = \frac{1}{1 + \frac{\delta_{it}}{\delta_{ip}}} = \frac{1}{1 + \frac{Q_p}{Q_t}} = \frac{1}{1 + \frac{K_p}{K_t}} = \frac{K_t}{K_t + K_p}$$

Tal índice, si la estructura no tiene necesidades adicionales de rigidez, tiene valores usuales que oscilan entre 1/3 en estructuras muy ligeras sin carga de nieve, y 1/6 en estructuras ligeras que pueden estar sometidas a carga de nieve.

#### Cantidad de estructura

Hemos visto hasta aquí que la solución activa es, en muchos aspectos, equiparable a la solución pasiva. En particular, interpretando ambas como soluciones que añaden estructura a la estructura primitiva, son equiparables en términos de rigidez elástica, resistencia, y consumo de material. En ambos casos la estructura añadida puede ser análoga tipológicamente, o muy diferente a la estructura original. En el caso de soluciones activas es fácil que la estructura que tensa sea muy diferente a la estructura portante. Si queremos medir la cantidad de estructura total empleada tendremos, manteniendo el criterio de la doble descarga,

$$\begin{aligned}
 W_p &= Q_p \Omega_p l_p \\
 W_t &= Q_t \Omega_t l_t \\
 W &= W_p + W_t = W_p \left( 1 + \frac{W_t}{W_p} \right)
 \end{aligned}$$

En la última expresión tenemos un cociente entre cantidades de estructura de las dos partes de la estructura considerada. Ahora bien, ya hemos dicho que la cantidad de estructura está íntimamente relacionada con la flexibilidad de la estructura, de modo que puede emplearse dicha relación para obtener más información.

Consideremos la pérdida de energía potencial de la carga de una estructura cuyas cargas son  $QK^{17}$ , y que en cada punto sufre un desplazamiento  $\partial$  -medido en la dirección de  $\kappa$ -. Ya sabemos que -considerando soluciones estrictas-

$$\begin{aligned}
 W_\epsilon &= \int \epsilon dW = \int \epsilon \frac{|N|}{A} dV = \int \sigma \epsilon dV \\
 \int \sigma \epsilon dV &= \int Q \kappa \partial d\xi = Q \int \partial \kappa d\xi
 \end{aligned}$$

y puesto que  $K$  es una distribución ( $\int \kappa d\xi = 1$ ) resulta que  $\int \partial \kappa d\xi$  es un valor medio ponderado de  $\partial$ , que puede expresarse como el valor máximo  $\delta$  multiplicado por un factor de ponderación,  $\beta$ , dependiente del diseño y de la distribución de cargas, por lo que

$$(13) \quad W_\epsilon = Q\beta\delta$$

Considerando nuevamente las estructuras portante y tensante, y recordando que cada una se descarga en el límite de carga de la otra,

$$\frac{W_t}{W_p} = \frac{Q_t \beta_t \delta \epsilon_p}{Q_p \beta_p \delta \epsilon_t} = \frac{Q_t \beta_t / \epsilon_t}{Q_p \beta_p / \epsilon_p}$$

y si las distribuciones de carga y las formas que adopta el desplazamiento son equiparables para las estructuras  $p$  y  $t$ , resultará  $\beta_p = \beta_t$  por lo que

$$(14) \quad \frac{W_t}{W_p} = \frac{Q_t / \epsilon_t}{Q_p / \epsilon_p}$$

#### Otros criterios de diseño

Con los datos anteriores pueden revisarse ahora criterios de diseño posibles: hemos mencionado el criterio de la doble descarga, para el que hemos determinado las relaciones (11) (12) y (14). Pero cabe pensar en otros. En particular podemos considerar el caso para el que la

<sup>17</sup> Carga total por distribución.

Con los datos anteriores pueden revisarse ahora criterios de diseño posibles: hemos mencionado el criterio de la doble descarga, para el que hemos determinado las relaciones (11) (12) y (14). Pero cabe pensar en otros. En particular podemos considerar el caso para el que la estructura tensante se descargaría en el límite de la carga  $Q_p$ , pero en el que la estructura portante no llegase a descargarse totalmente en el límite de la carga inversa, que llamaremos  $Q_\tau$ .

Consideramos en este caso la carga  $Q_t$  que descarga a la estructura portante, mayor que la máxima carga  $Q_\tau$  y el índice  $j$  tal que

$$Q_\tau = jQ_t, \quad j \leq 1$$

Como las expresiones precedentes son todas correctas para  $Q_t$ , podemos reescribirlas para la carga realmente existente  $Q_\tau$  sustituyendo  $Q_t$  por  $Q_\tau/j$ , de modo que

$$(15) \quad \text{el índice de pretensado es} \quad i = \frac{1}{1 + \frac{jQ_p}{Q_\tau}}$$

$$(16) \quad \text{y la cantidad de estructura} \quad W_t = W_p \frac{Q_\tau/\epsilon_t}{jQ_p/\epsilon_p}$$

lo que equivale a pensar que de la estructura tensante se emplea sólo la deformación  $j\epsilon_t$ , y la tensión que a ésta corresponde, con el correspondiente sobre coste, y con el consiguiente aumento de rigidez.

### *El peso propio*

Como en apartados anteriores, podemos evaluar el comportamiento frente al propio peso a partir del análisis del máximo tamaño que puede alcanzar la estructura soportándose a sí misma, y para ello sencillamente imaginamos que la estructura objeto de diseño aumenta proporcionalmente hasta alcanzar dicho límite.

En dicho tamaño máximo, toda la carga es peso de estructura, que es soportado por la estructura portante. De modo que el tamaño máximo es el de la estructura portante, sometida a su propio peso más el de la estructura tensante. El análisis puede simplificarse imaginando que la estructura portante ha aumentado su densidad en la repercusión correspondiente al peso de la estructura tensante.

$$\begin{aligned} \text{El peso total es} \quad P &= P_p + P_t = P_p \left( 1 + \frac{P_t}{P_p} \right) \\ P &= P_p \left( 1 + \frac{\frac{W_t}{\sigma_t/\rho_t}}{\frac{W_p}{\sigma_p/\rho_p}} \right) \end{aligned}$$

de modo que la expresión entre paréntesis puede interpretarse como el aumento de densidad debido a la existencia de la estructura tensante.

Ahora bien, como la relación entre cantidades de estructura es conocida según (16), resulta que ese incremento de densidad es:

$$(16) \quad \frac{\rho'_p}{\rho_p} = \left( 1 + \frac{Q_t (\sigma/\rho)_p \epsilon_p}{Q_p (\sigma/\rho)_t \epsilon_t} \right)$$

que, por lo tanto, puede ser conocido en las fases preliminares, sin necesidad de haber precisado totalmente el diseño<sup>18</sup>.

Cabe señalar que si el objetivo del pretensado es el aumento de la rigidez global de la estructura, el incremento de peso correspondiente a la estructura tensante puede compararse de inmediato con el resultante de soluciones pasivas, en que tal incremento corresponde también a la estructura añadida, y por lo tanto, en ambos casos se debe a la parte correspondiente a la rigidez  $K_t$  añadida. Siendo la disminución de deformación general idéntica en ambos casos para rigidez añadida idéntica, y puesto que en la solución pasiva puede verse el problema como una disminución de la calidad del material de la estructura portante original en la relación  $\frac{K_p}{K_p + K_t}$ , puede emplearse el paralelismo al considerar soluciones tensadas.

De este modo las afirmaciones sobre peso propio hechas en apartados precedentes podrían extenderse a estructuras pretensadas sin especial dificultad. La diferencia central respecto de análisis precedentes estribará en que ahora el tamaño máximo depende de la relación entre las máximas cargas que debe soportar en direcciones opuestas,  $Q_p$  y  $Q_t$ , si es éste el problema a considerar, y éstas dependen a su vez del propio peso, por lo que será preciso un análisis iterativo<sup>19</sup>.

<sup>18</sup> Si las estructuras son diferentes, y el factor  $\beta$  de (13) difiere en ambas, bastará considerar  $\frac{Q_t \beta_t}{Q_p \beta_p}$  en lugar de  $\frac{Q_t}{Q_p}$ .

<sup>19</sup> Puede incluso obviarse el análisis iterativo considerando el tamaño relativo al límite de tamaño  $\chi_p$  en la estructura portante: si las cargas son  $Q_p = Q_s + P$ ,  $Q_t = Q_v - P$ , siendo  $Q_s$  la carga externa en sentido de la gravedad,  $Q_v$  la carga resultante en el sentido opuesto debida al viento sin considerar el peso propio, y  $P$  este último, como las relaciones carga/peso son conocidas:

$$\frac{Q_s}{P} = \frac{Q_s}{\rho' P_p} = \frac{1 - \chi_p}{\rho' \chi_p},$$

y empleando (16) para  $\frac{\rho'_p}{\rho_p}$ , y sustituyendo en ella  $Q_p$  y  $Q_t$  por sus valores en función de  $P$ , se obtiene una ecuación de segundo grado en  $\frac{P}{Q_s}$ , de la que puede obtenerse de inmediato la relación entre el peso total de la estructura y la carga gravitatoria adicional aplicada a la misma en función del tamaño relativo  $\chi_p$ , de la relación entre las cargas  $\frac{Q_v}{Q_s}$  y de la relación entre las longitudes  $\mu = (\sigma/\rho)\epsilon$  de los materiales de las estructuras  $p$  y  $t$ :

$$\frac{P}{Q_s} = -\Upsilon \pm \sqrt{\Upsilon^2 + \left( 1 + \frac{Q_v \mu_p}{Q_s \mu_t} \right) \frac{\chi_p}{1 - \chi_p}}, \quad \Upsilon = \frac{1 - 2\chi_p + \frac{\mu_p}{\mu_t} \chi_p}{2(1 - \chi_p)}$$



## Aproximación al diseño

En apartados precedentes hemos analizado las cuestiones que corresponden a lo que podríamos denominar primeros grados de libertad del diseño, lo que podría ser el primer término del desarrollo en serie de las magnitudes estructurales en función de los parámetros de diseño. Mediante desarrollos adicionales podremos analizar con métodos análogos los grados siguientes<sup>20</sup>, y con ello estaremos en condiciones de caracterizar de forma rigurosa las coincidencias y diferencias de las diferentes opciones posibles, de cara a su evaluación, y a su elección plenamente consciente. Tal es la aportación de la Teoría del Diseño de Estructuras.

Tratamos, pues, aunque sea de forma somera, las posibilidades abiertas para analizar dos aspectos próximos en este refinado, a saber, la diferencia entre la forma de la carga y la forma de la estructura -o el problema de las cargas de forma no funicular en estructuras funiculares- y el problema de las alternancias de cargas derivado de la variabilidad de las cargas activas.

Ambos problemas pueden integrarse con facilidad en un modelo consistente si se observa que, en los dos casos, puede descomponerse la correspondiente hipótesis de carga en dos partes, la primera de ella correspondiendo a la componente estrictamente funicular, y la segunda de ella correspondiendo a la componente estricta de flexión, es decir a la componente sin empujes. Es evidente que en una estructura concreta ello puede realizarse sin más que trazar como primera parte de la carga, la funicular de empuje idéntico al de la carga analizada, y como segunda parte, la diferencia de ésta a la anterior. Pero, de forma genérica, esto puede tabularse para tipos y formas dadas, y a menudo es muy fácil de prever tal descomposición, de modo que pueden evaluarse con facilidad las necesidades de flexión secundaria debidas a ambos fenómenos.

Análogamente, pueden abordarse los problemas de flexión secundaria que hayan de aparecer en cualesquiera tipos derivados del apoyo directo de las cargas a las directrices de las barras, en vez de a los nudos en que éstas se insertan, caso de ser tal el resultado del procedimiento constructivo empleado, de modo que puedan evaluarse las necesidades de cantidad de estructura requerida por tales conceptos.

Como ejemplo inmediato, puede considerarse el caso de una carga activa -y potencialmente alternante-, de valor total máxima  $Q$ , para la que se requiere una cantidad de estructura, si actúa en su totalidad, y no existen flexiones secundarias:

$$W_1 = \Phi_1 \lambda_1 Q l_1$$

---

<sup>20</sup> Los refinamientos.

cantidad de estructura a la que se debe añadir la derivada de las flexiones secundarias derivadas de la alternancia. Considerando doblemente la mitad de la estructura, y para dicha mitad consideramos la forma  $\phi_2, \lambda_2$  que las resiste, tendremos

$$W_2 = 2\Phi_2\lambda_2Q_2l_2$$

$$W_2 = 2\Phi_2\lambda_2\frac{Q_1}{4}\frac{l_1}{2}$$

$$W_2 = \frac{1}{4}\frac{\Phi_2\lambda_2}{\Phi_1\lambda_1}W_1$$

y así sucesivamente.

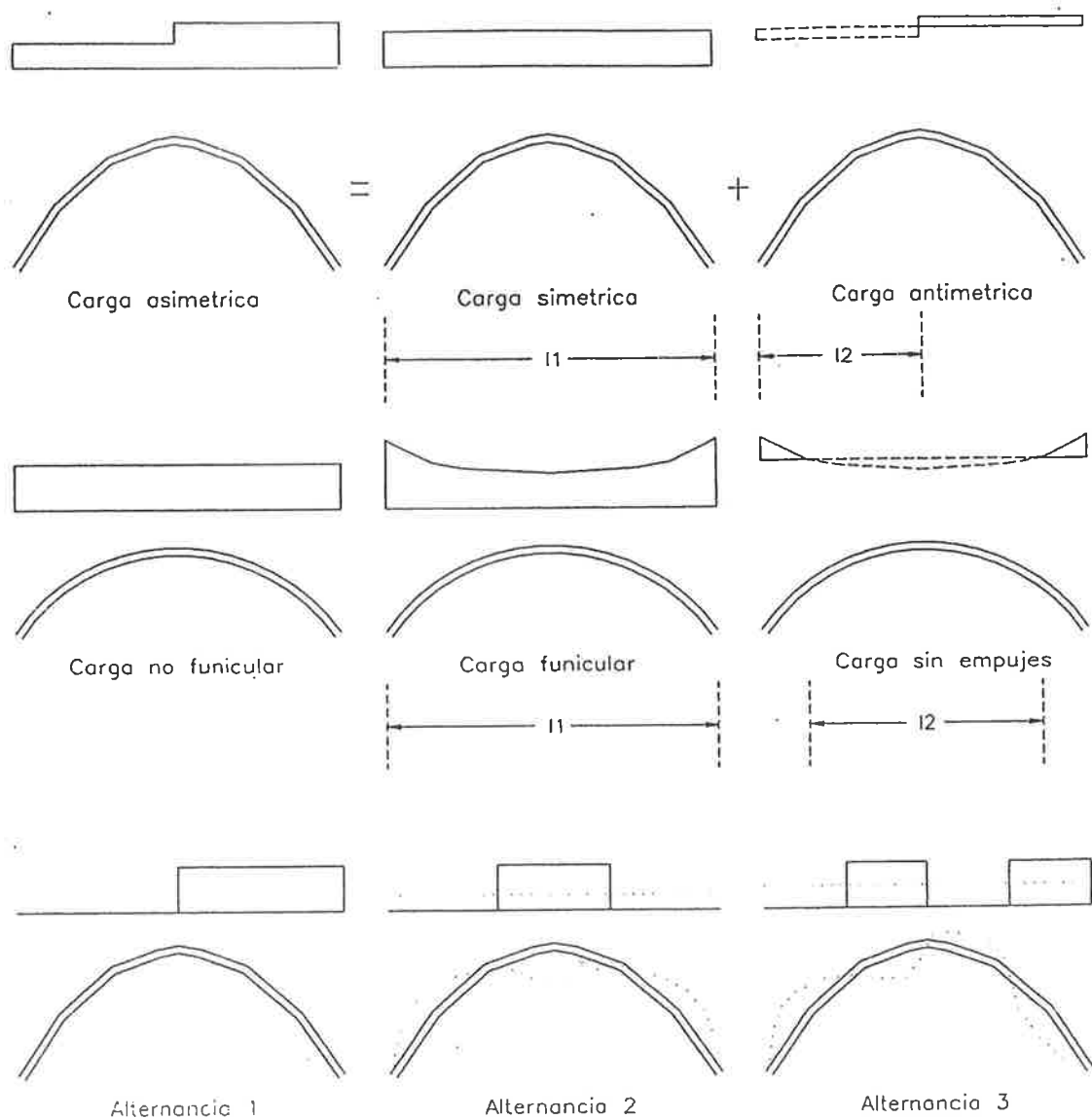


Figura 11

Dicha evaluación puede añadirse a la obtenida en el primer orden de aproximación, y la interpretación de sus valores es idéntica a la aplicable en tal caso. Sólo queda añadir que, en la medida en que tal rigidez adicional local ha de añadirse para remediar fallas locales del diseño, el problema es análogo al problema de pandeo de elementos comprimidos -en el que los sucesivos modos de pandeo reflejan los sucesivos casos de falla en la rigidez axial-. Por ejemplo, para mallas espaciales flectadas cabe considerar como casos de flexión secundaria a analizar aquellos en los que las cargas tengan las direcciones correspondientes a la deformada en pandeo global de la malla, cuyo primer modo se corresponde con la flexión general, y cuyos modos sucesivos se corresponderán con los requisitos locales adicionales.

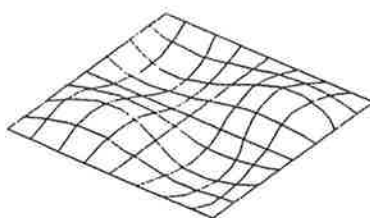


Figura 12. Modos de pandeo y alternancias de cargas

Puesto que la minimización de dicho problema está asociado a la rigidez local obtenida, las soluciones con menor esbeltez para tal rigidez local serán las más adecuadas. Esto lleva inevitablemente a la conclusión de desdoblar las superficies de doble curvatura en dos capas en cuanto los radios generales de curvatura adoptan tamaños apreciables.

### Conclusiones teóricas

Podemos resumir en pocas palabras conclusiones de esta primera aproximación.

En primer lugar, los materiales a emplear son, sin lugar a dudas, aquellos de bajo coste por metro-Tonelada sostenida, y de alto alcance  $\sigma/p$ , lo que hace idóneos al acero y la madera. El aluminio sólo es utilizable en casos experimentales en tanto no se baje apreciablemente el coste de sus aleaciones. El hormigón armado no es aplicable en cubiertas salvo en casos -prefabricados- de muy pequeño tamaño.

Las esbelteces que permiten el mejor aprovechamiento del material en la estructura son siempre las más bajas posibles, al contrario de las que resultan de considerar otros criterios, por lo que siempre será una opción arquitectónica a considerar la que desliga la forma de la estructura de la forma del cerramiento.

La masa de la estructura necesaria es fácil de acotar conocidos los tamaños a resolver, y las esbelteces empleadas.

La ventaja estructural de unos tipos sobre otros depende básicamente de consideraciones sobre el detalle del diseño, por lo que las grandes opciones deben basarse fundamentalmente en criterios arquitectónicos más generales. En particular, en la medida en que las soluciones funiculares suponen una menor obstrucción espacial que las soluciones flectadas, -a costa de una mayor complejidad en la forma-, serán opciones que se adecuarán mejor que éstas últimas al problema completo en los tamaños mayores. Para éstos añaden ventajas en aspectos de la segunda aproximación.

Dentro del primer orden del problema, una adecuada solución al problema del empuje de arcos o cúpulas puede aportar sustanciales ventajas frente a soluciones alternativas si logra minimizarse el correspondiente elemento por su anclaje inmediato y económico al terreno.

Dentro de los problemas de segunda aproximación deben considerarse la posibilidad de no implicar a una de las partes -la traccionada, o mejor la comprimida- de la estructura en el traslado en flexión a los apoyos- mediante tirantes o anillos soportados directamente contra el terreno-, el empleo de la totalidad de las posibilidades de apoyo disponibles, la posibilidad de minimizar los sobrecostos de pandeo -por sobredimensionado o sobrecomplejidad- concentrando los elementos comprimidos, y la necesidad de rigidizar frente a cargas alternantes con esbelteces bajas.

En soluciones ligeras han de considerarse las posibilidades estabilizantes de las soluciones activas pretensadas, especialmente en las soluciones de escasa estabilidad de forma -parte de las funiculares-, si bien el pretensado puede sustituirse con eficacia parecida por soluciones pasivas.

## Sección 2: Clasificación

### Elementos básicos de clasificación

En la exposición anterior quedan descritos con claridad algunos de los aspectos básicos del comportamiento estructural global, y puede asegurarse que los fundamentales tienen que ver con la forma, la esbeltez, y el tamaño. Pero como las diferencias de eficacia entre soluciones dependen en gran medida del detalle de éstas, son útiles las agrupaciones tipológicas que permitan asociar formas concretas con características comunes en tales cuestiones de detalle. Si abstraemos los problemas de material<sup>21</sup> y de procedimiento constructivo, los criterios de clasificación estructurales han de corresponder exclusivamente a criterios derivados.

<sup>21</sup> Sólo deben existir desde nuestra perspectiva dos tipos de material: aquél que, por las razones que fueren, sólo pueden emplearse en elementos lineales de cualquier forma -barras-, y los que pueden emplearse en superficies continuas. Parecería que el segundo tipo es sólo aplicable al hormigón, y por razones ya apuntadas quedaría rápidamente descartado en grandes luces, pero cabe concebir entablados de madera formando superficies, incluso de doble curvatura, y son concebibles soluciones que hacen uso de superficies de acero con funciones de cerramiento y estructurales simultáneamente.

1.- Del tipo de comportamiento en que se basa el transporte transversal de las cargas a las áreas de apoyo.

2.- De aspectos de forma que impongan diferencias a tal comportamiento, y

3.- De las características de las áreas de apoyo.

Dentro de la primera categoría, la diferencia básica ya ha sido citada: las estructuras pueden ser flectadas o funiculares, si consideramos a las primeras como las que trasladan cargas mediante esfuerzos globales de flexión -pares de fuerzas explícitos en la geometría de la estructura- y las segundas a través de esfuerzos globales de compresión+tracción, y donde los pares de fuerza están implícitos en la forma global. La diferencia implica una forma muy diferente para el traslado de las cargas -el cortante- de forma que las estructuras flectadas requieren elementos que provocan la obstrucción espacial del ámbito de la estructura, mientras que en las soluciones funiculares el ámbito -el peralte- de la estructura puede quedar sin obstrucción alguna, y ser utilizable.

Las condiciones de las áreas de apoyo posibles pueden permitir soluciones de estructura apoyadas en todo el contorno del recinto a cubrir, en sólo parte de dicho contorno, o en el contorno y el interior, y a su vez pueden permitir configurar elementos con canto para los puntos de apoyo, o sólo elementos sin canto apreciable, de modo que puedan considerarse o no soluciones continuas, soluciones simplemente apoyadas, o soluciones en vuelo, sobre todo, o parte del contorno. Las diferencias formales más apreciables entre las soluciones para grandes luces se localizan fundamentalmente en dos de los aspectos citados: en primer lugar, -y tal vez es la más apreciable- por las características del apoyo, que establece una diferencia central entre las soluciones en vuelo y las soluciones apoyadas. Ahora bien, entre las primeras existen mayores similitudes que entre las diversas opciones para las soluciones apoyadas, y la razón está en las condiciones de los apoyos, que en general son de carácter perimetral. De este modo las soluciones con apoyo en el perímetro de la estructura -apoyadas- pueden desplegar toda su variabilidad, mientras que las que se apoyan en el interior de la estructura -voladas- sólo pueden emplear formas muy próximas entre sí, haciendo uso de apoyos usualmente excéntricos a la planta.

### **Estructuras apoyadas**

Se trata de las estructuras que, al estar apoyadas en su exterior, presentan un comportamiento que puede describirse globalmente mediante leyes de momentos positivas -con flexiones de curvatura de convexidad dirigida hacia el suelo-. Para su catalogación empleamos como criterio fundamental el primero de los citados en el apartado anterior, matizado por los demás, de modo que la división básica sea entre estructuras flectadas o funiculares.

## Estructuras flectadas

Son las que hacen uso de pares de fuerza explícitos para el traslado de las cargas transversalmente a su dirección.

Pueden ser lineales -la vigas-, o superficiales -las losas y los emparrillados-, según que el comportamiento de la estructura formada por las mismas pueda o no idealizarse mediante su descomposición en planos.

Se trata de la familia más numerosa. En ella toda la solución estructural horizontal o transversal forma parte de las cargas a sostener, por lo que resulta menos adecuada cuanto mayor sea el tamaño a resolver<sup>22</sup>. Tal desventaja es apreciable sólo cuando el tamaño relativo  $\chi$  de la solución en flexión alcanza el 15%. La mayor desventaja en tamaños importantes resulta de la obstrucción espacial provocada por los elementos de compensación, encargados de transportar el cortante. A cambio operan las ventajas de la mayor facilidad que ofrece para configurar soluciones continuas -cuando pueden disponerse apoyos en el interior del recinto completo que debe ser cubierto-, y la mayor simplicidad constructiva que presenta frente a las soluciones -curvas- de la familia alternativa.

Las estructuras de estas familias son de forma rígida frente a alteraciones en la forma de las cargas, lo que supone una ventaja adicional, y finalmente pueden trabajar adecuadamente en ambos sentidos de la carga -para la dirección vertical gravitatoria predominante y para estados de inversión de esfuerzos por succión de viento-, sin más que cambiar el tipo de esfuerzo de las barras.

Consideramos tres tipos de comportamiento, y sobre los tipos resultantes exploraremos soluciones con trazado paralelo -vigas paralelas, mallas- radial, o en anillo.

### *Estructuras de vigas:*

Para tamaños no muy altos es la solución evidente, cuya ventaja fundamental es la repetitividad, por la que todas las secciones de la solución arquitectónica serían equivalentes.

Las diferencias fundamentales entre soluciones de vigas se derivan

- 1.- de la condición de apoyo, y, por lo tanto, de la gráfica de momentos básica a resolver, y
- 2.- de la forma adoptada por los cordones.

Con cordones paralelos, las soluciones óptimas deben variar las dimensiones de las secciones a lo largo de las piezas, adaptándose a las gráficas de momentos, y con ello, las soluciones en vuelo o continuas -que tengan un índice de apoyo equiparable, o lo que es lo

<sup>22</sup> A igualdad de problema, tamaño y esbeltez, una estructura que evitase soportar alguno de los cordones, el traccionado o comprimido, podría considerarse a efectos del propio peso como de densidad menor, y la comparación sería la de los valores relativos de  $(1 - \chi) = (1 - l/L) = (1 - \frac{\Omega l}{\sigma/p})$  para ambas soluciones.

mismo, que soporten esfuerzos cuyo orden de magnitud sea equiparable- suponen ventajas apreciables frente a las apoyadas.

Sin embargo, con cordones no paralelos -y usualmente constantes-, las soluciones horizontales llegan a ser equivalentes independientemente de las condiciones de apoyo. En este caso las diferencias se trasladan a las estructuras de soporte, que pueden llegar a diferir apreciablemente, más si no son precisas en el caso de soluciones apoyadas para asegurar la estabilidad global de la cubierta frente a desplazamientos horizontales.

La viga forma parte casi inexcusable de soluciones más complejas, en los últimos órdenes de la descomposición jerárquica de elementos estructurales, cuando puede hacerse dicha descomposición.

El panorama construido reciente es pródigo en buenos ejemplos, tanto con cordones paralelos, como con cordones que tratan de semejarse al polígono funicular de las cargas fundamentales.

De las soluciones de vigas paralelas cabe evolucionar a las soluciones en malla o a las soluciones radiales, recordando las equivalencias que el Teorema de Maxwell permite aplicar a estructuras -o partes de ellas- sólo traccionadas o sólo comprimidas. Las mallas de vigas darán paso a los emparillados, y éstos a las losas.

#### *Estructuras con comportamiento de emparillado:*

Se trata del comportamiento conjunto de dos familias cruzadas de vigas equiparables en rigidez -y en términos prácticos, equiparables en tamaño, condiciones de apoyo y esbeltez-. También corresponde al comportamiento de mallas espaciales de directriz plana sin rigidez a torsión -las mallas de pirámide cuadrada-. Los esfuerzos principales de la flexión de la estructura han de seguir, pues, las direcciones en las que se dispone su rigidez, es decir, las direcciones de ambas familias de vigas. La mayor complejidad de la solución respecto a las soluciones de vigas supone sólo una muy leve mejora general en problemas de dimensiones muy aproximadamente cuadradas -o circulares-, y una leve mejor estabilidad de forma frente las formas alternativas que puede adoptar la carga que la solución precedente.

Al igual que en el tipo anterior pueden considerarse los casos derivados de las diferentes condiciones de apoyo, o de las distancias variables entre cordones. Pero así como considerar condiciones de continuidad es extremadamente útil, operar con cordones no paralelos en este tipo aporta una complejidad geométrica adicional que no es compensada suficientemente por una mayor uniformidad en los esfuerzos, y por tanto en los requisitos para las barras, por lo que no es una solución empleada.

Las diferencias, pues, fundamentales de este tipo frente a las vigas no proceden de razones de eficacia estructural, sino más bien de consideraciones constructivas.

El tipo se emplea sistemáticamente en las soluciones de rigidización local de otros tipos, o de soluciones complejas: son usuales las soluciones en familias de arcos cruzados, o en cúpula, rigidizadas mediante mallas de pirámide de base cuadrada.

*Estructuras con comportamiento de losa:*

Las estructuras que se comportan como losas -o placas- se idealizan por dos planos separados pero conectados de tal modo que el conjunto tiene rigidez apreciable frente a la torsión, de modo que los esfuerzos principales de flexión en cualquier zona de la misma pueden adoptar cualquier dirección.

Se trata de estructuras en las que ambos planos son indeformables, bien por responder a despieces triangulados, bien por obtenerse mediante un material continuo, y están conectados en todas partes según tres direcciones, bien a través de elementos tetraédricos, bien mediante material continuo.

En la medida en que las soluciones de material continuo suponen en la práctica muy bajos alcances, por el bajo aprovechamiento del material de conexión, o por las dificultades constructivas para la conexión de las dos capas de cordón cuando éstas son continuas y el material intermedio no, no se trata de soluciones ligeras, y no están indicadas en cubiertas, por más que el aprovechamiento doble del material en las caras externas de la losa permitiría, en teoría, mejores aprovechamientos que en las soluciones previas. Cabe imaginar su empleo en soluciones mixtas en las que una de las capas pudiese servir igualmente de cerramiento, -en materiales isótropos y comparables en compresión y tracción, mejor la capa traccionada para minimizar sobrecostes de pandeo- quedando entonces resuelta con material continuo, y la otra capa, así como los elementos de enlace entre capas quedasen resueltos en forma discreta, mediante piezas construidas con tubo estructural.

En todo caso, la versión triangulada del tipo corresponde a las mallas espaciales de retícula triangular, en el caso de que exista un número suficiente de tetraedros conectando ambas capas.

El tipo tal como ha quedado definido es poco empleado, pues las escasas ventajas estructurales que aporta no compensan la mayor complejidad geométrica de las mallas requeridas. Sin embargo, considerando la definición inicial -que implica que las direcciones principales de la curvatura de flexión coinciden con las direcciones principales de rigidez a flexión- resultará que las soluciones radiales pueden tener muchos puntos en común con éste.

Volviendo a las soluciones en malla, si consideramos zonas de malla sometidas a un estado de momentos de igual valor en dos direcciones principales, y aproximadamente constante, resulta que la malla puede ser sustituida por anillos, permitiendo la apertura de importantes huecos en la misma.

Los huecos podrán crecer en la medida en que no se precisen elementos para el cortante - simetrías, etc.- y su máxima expresión resultará en las soluciones de cordones no paralelos, que



derivan a estructuras funiculares en las que los tirantes -o los cordones comprimidos- se resuelven en anillo.

### **Estructuras funiculares**

Se trata de las estructuras que trasladan la carga a los apoyos mediante esfuerzos axiales fundamentalmente -tracción o compresión-, y en las que los pares de fuerza requeridos para equilibrar los momentos globales se obtienen mediante algún tipo de empuje. En este traslado, la inclinación de la geometría de la estructura -usualmente variable a lo largo de su directriz- proporciona la componente necesaria para el equilibrio del esfuerzo cortante.

Los tipos pueden ser lineales -arco y catenaria- o superficiales -cúpulas-.

Pueden estar concebidos en compresión -arcos y cúpulas- o tracción, y entre sus ventajas fundamentales -especialmente en los tipos comprimidos- se encuentra la escasa obstrucción espacial de estos tipos, que permite su empleo interior -si son comprimidos- y en todo caso implica una escasa incidencia visual de los peraltes que se emplean efectivamente, en comparación con la que resultaría del tipo anterior.

Un factor adicional en favor de estos tipos está en la constancia del empuje entre los apoyos opuestos, de modo que soluciones cruzadas pueden sustituir los tirantes cruzados por anillos, que quedan situados en el contorno de la estructura, y de la zona a cubrir, y pueden ser soportados directamente contra el suelo o los elementos de sustentación, sin añadir su peso al de la cubierta a soportar.

En contra se puede señalar su mayor complejidad geométrica y constructiva.

Para problemas con poca estabilidad de forma de las cargas, estas soluciones requieren de rigidez local de cara a resistir las flexiones derivadas de la no adaptación de la forma de la estructura a las formas alternativas de la carga. Dicha rigidez puede obtenerse mediante espesor -canto- local, o mediante doble curvatura local, si ésta es suficientemente alta.

#### **Arcos**

Se trata de la solución básica. En la medida en que no puede asegurarse la estabilidad de forma de las cargas, deben tener necesariamente espesor, es decir, rigidez a flexión. Son posibles las soluciones en paralelo, cruzadas o radiales, dependiendo de las posibilidades de apoyo de que se disponga. Son muy comunes las soluciones radiales apoyadas contra tirantes en anillo.

#### **Catenarias**

Es la solución inversa, en la que el cordón traccionado soporta la carga. Puesto que la carga se soporta desde puntos más elevados que su posición original, es aplicable con éxito especialmente en los casos en que el uso, la iluminación, etc. implique la existencia de tales

puntos. La solución radial con anillo comprimido -y apoyado- en el contorno es una interesante solución para usos de planta -aproximadamente- circular en los que las soluciones voladas impliquen apoyos de tamaños inaceptables.

### *Cúpulas*

Aunque se trata de una solución ya clásica, la complejidad geométrica de esta tipología la había reducido a su empleo en unas pocas formas -y despieces- sencillas: cabe reseñar los despieces de la geometría esférica realizados a partir de proyecciones de despieces realizados sobre las caras de poliedros regulares, especialmente el icosaedro, o los despieces realizados partiendo de cortes paralelos a la horizontal.

La extensión del empleo de los ordenadores permite ya una fácil manipulación de geometrías más complejas, por lo que el tipo se está empleando de forma creciente.

Si se considera una aproximación esférica a una zona dada de una cúpula puede verse con facilidad que la esbeltez crece muy rápidamente al reducir el tamaño del casquete considerado para un radio de curvatura dado, de modo que en tamaños grandes de estructura la curvatura local resulta insuficiente para un eficaz equilibrio local de las cargas si no existen flexiones. Esto exige el empleo de soluciones de doble capa. Ahora bien, según sea el despiece de las capas, y su conexión, el tipo puede degenerar fácilmente en soluciones que ya no se comporten estrictamente como cúpulas, sino como dos familias cruzadas de arcos paralelos: es lo que sucederá habitualmente con los despieces en malla de pirámide de base cuadrada.

### **Estructuras en vuelo**

Se trata de las estructuras que, al estar apoyadas en su interior, presentan un comportamiento que puede describirse globalmente mediante leyes de momentos negativas -con flexiones de curvatura de concavidad dirigida hacia el suelo-. Este tipo puede tener un desglose análogo al anterior, pero la mayor parte de los tipos resultantes del mismo exigirían apoyos en el interior del espacio cubierto, lo que usualmente no es aceptable por el uso. De modo que las posibilidades reales quedan reducidas apreciablemente, estando la mayor parte de las soluciones -en marquesinas y similares- constituidas por elementos paralelos repetidos, y en ellas, las diferencias se caracterizan principalmente en relación con el elemento de soporte.

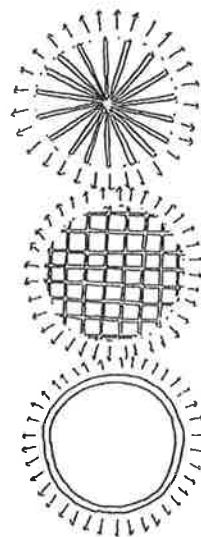
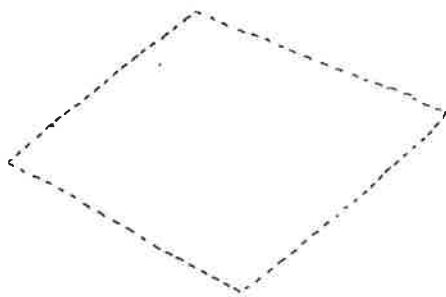
Hay sin embargo algunos casos de interés en los que la solución hace uso de alguno de los recursos citados para las estructuras apoyadas -básicamente los elementos de anillo-. Cuando el anillo existe, suele emplearse para, mediante tensado, eliminar el cordón comprimido del voladizo, dejando reducidos los elementos comprimidos a los mástiles que soportan toda la estructura, de modo que la incidencia del sobrecoste de pandeo se reduce al mínimo.

## Conclusión

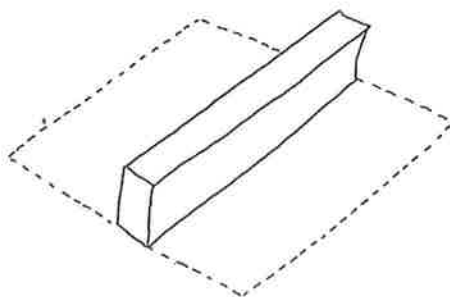
A las estructuras elementales citadas cabe añadir todas sus combinaciones posibles: la primera y fundamental corresponde a la posibilidad de concatenación de elementos apoyados y en vuelo entre sí, dando lugar a grandes soluciones continuas.

Una combinación habitual, oponer tipos diferentes en dos direcciones transversales entre sí, ha dado lugar en algunos casos a soluciones muy interesantes, al oponer tipos no considerados habitualmente, como la catenaria contra los voladizos en el reciente estadio de Sydney.

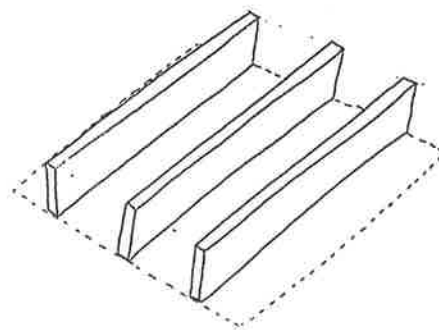
Dado que, según las tesis de la primera sección de este texto, las soluciones y su coste dependen a menudo en mayor medida de consideraciones de uso, espacio y construcción, que del detalle de la solución estructural, y dado que todas las soluciones son, en un primer grado de aproximación, comparables entre sí, las opciones que se presentan al diseñador, arquitecto e ingeniero, son extremadamente abiertas, de modo que puede poner en juego toda su creatividad para aportar nuevas ideas, nuevas soluciones. Debe decirse aquí, tal vez con más razón aún que en otros muchos temas, que la imaginación de soluciones bellas y novedosas no está cerrada.



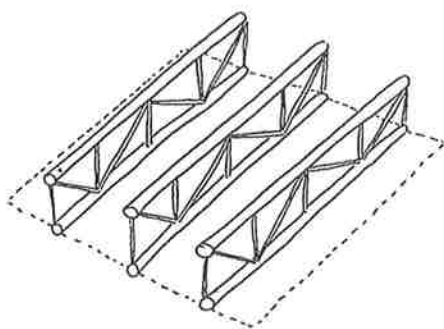
Reglas de transformación: Todas las soluciones son equivalentes



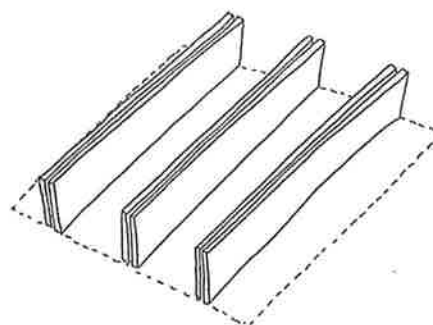
La viga



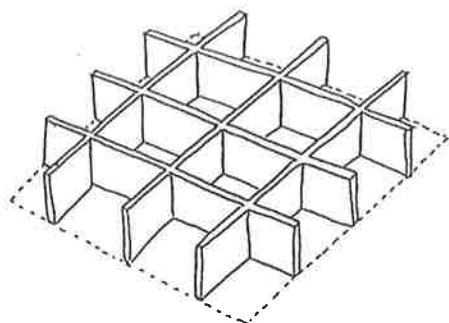
Idéntica a la anterior



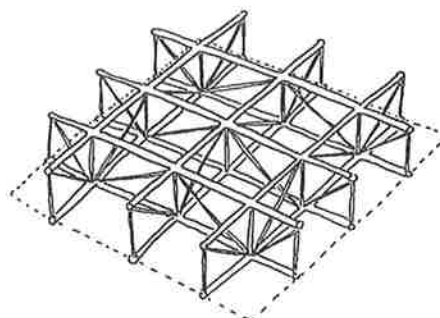
Soluciones de barras  
casi imprescindibles



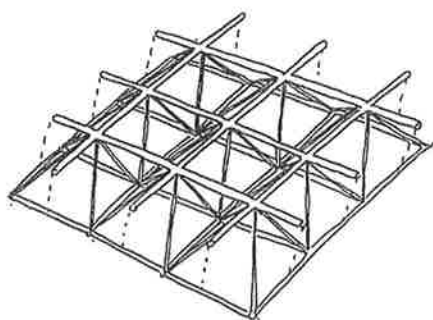
Puede seguirse desdoblado



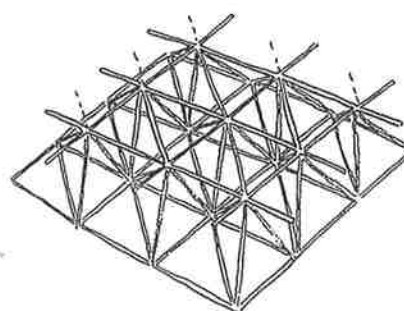
Cambiar la dirección de la mitad de  
las vigas para aprovechar el apoyo:  
emparrillado



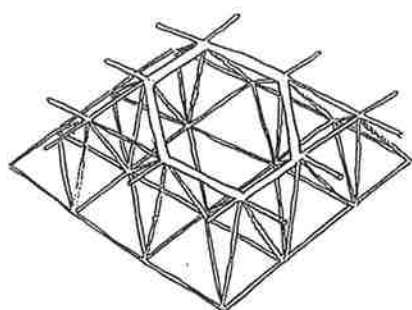
Solución de barras. Hay cuatro nudos  
diferentes



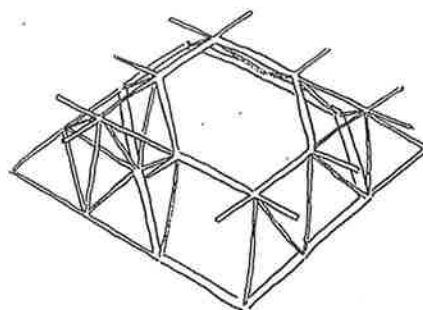
Malla de pirámide cuadrada: Emparrillado  
con solo un tipo de nudo



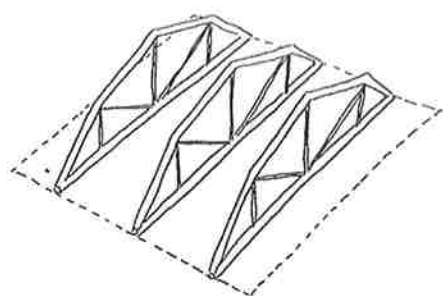
Mallas trianguladas, conectadas por  
tetraedros: Tipo losa



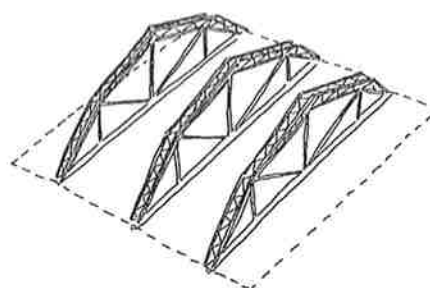
Pueden sustituirse mallas por anillos....



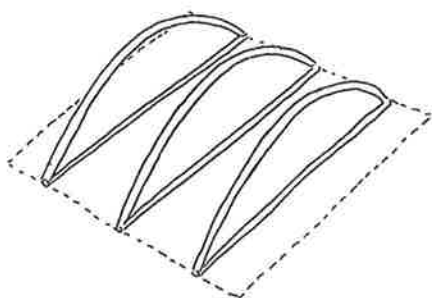
y abrir grandes huecos



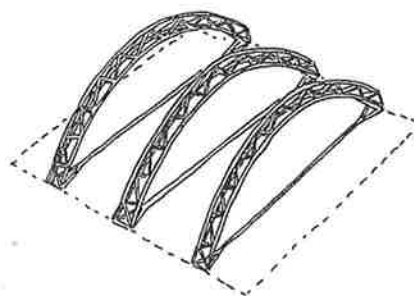
Vigas de canto variable



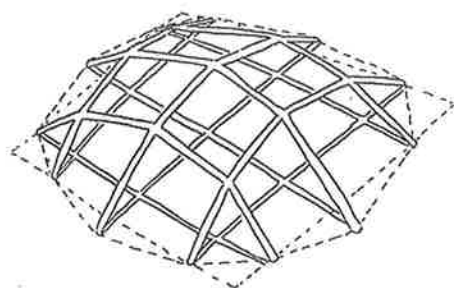
Es preciso usualmente rigidizar algún cordón



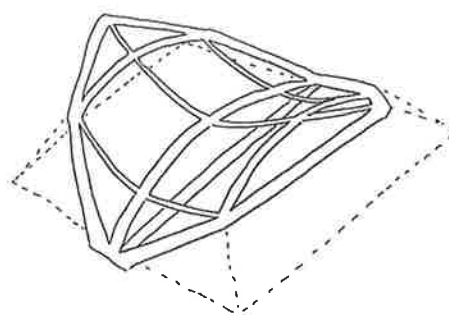
El alma llega a desaparecer si la forma es funicular.....



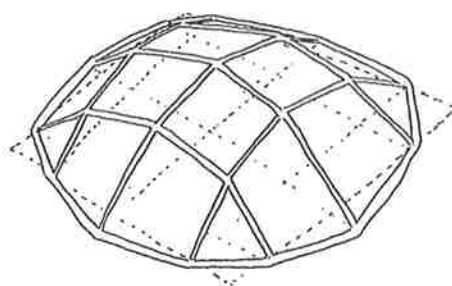
o si hay rigidez local suficiente en la directriz del arco



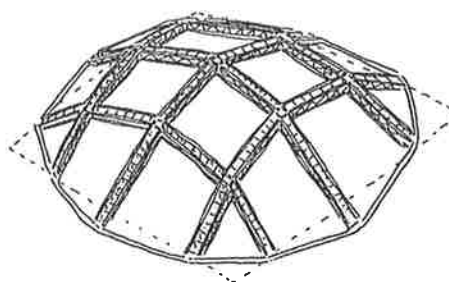
Arcos cruzados, en una operación análoga a la utilizada para emparrillado



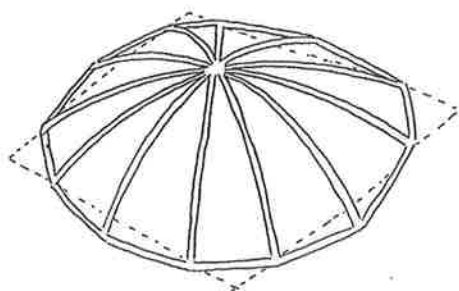
Arcos cruzados con catenarias: Cambian drásticamente las posibilidades de apoyo



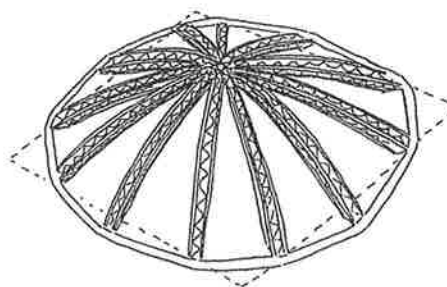
La malla de tirantes se sustituye por un anillo



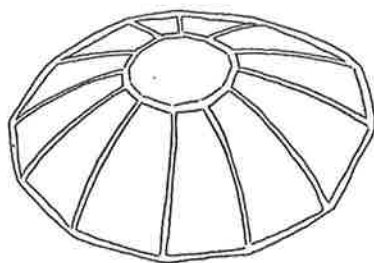
En tamaños importantes, la rigidez local puede requerir secciones complejas



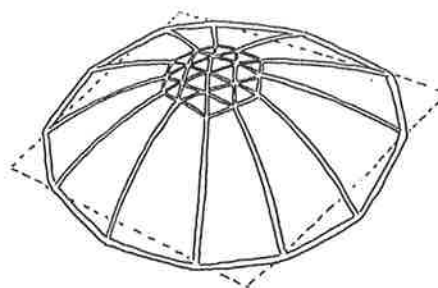
Soluciones en malla transformables en soluciones radiales.....



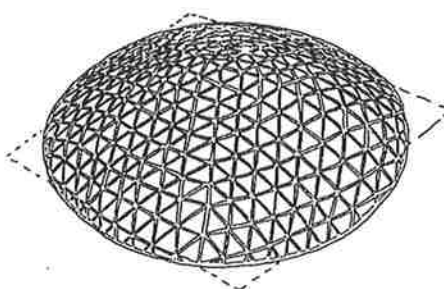
.... con rigidez local....



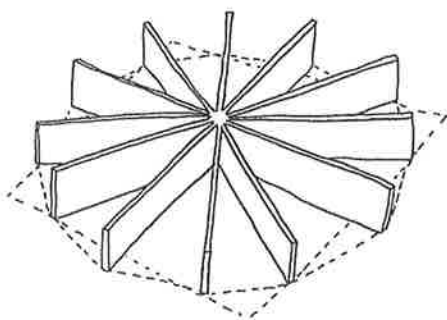
solución radial - solución en anillo....



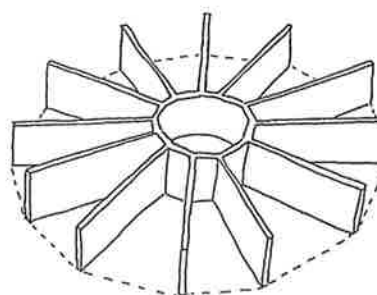
..... o en malla....



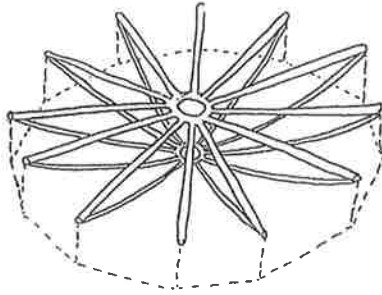
Cúpulas



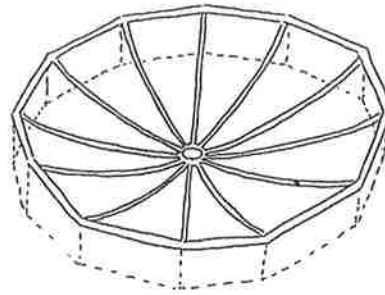
Vigas radiales



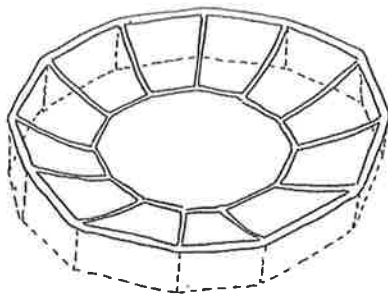
Pueden emplear anillos para eliminar el punto singular del centro



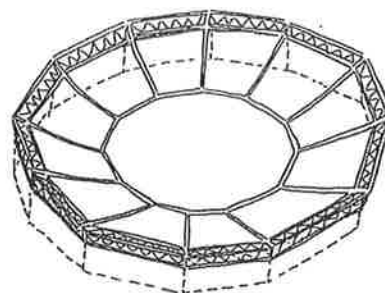
Vigas de canto variable catenaria  
más cordón comprimido



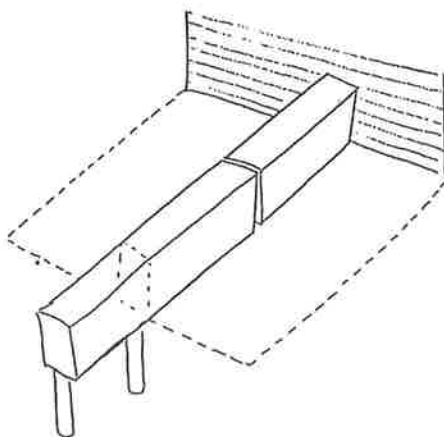
Se sustituyen los cordones  
comprimidos por un anillo



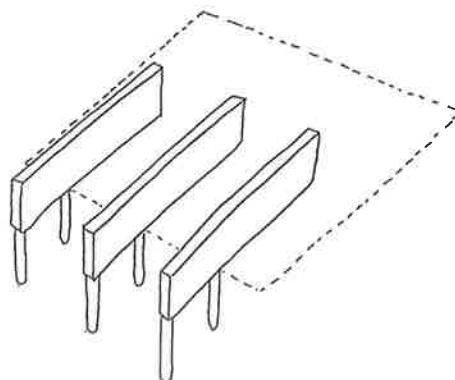
También puede existir un  
anillo traccionado



Es necesaria rigidez local: La forma  
no es nunca exactamente funicular

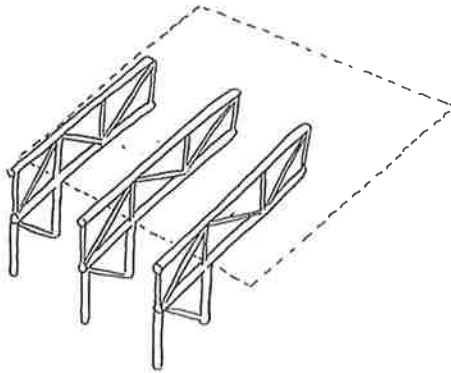


Soluciones en voladizo: Es central el  
problema del soporte

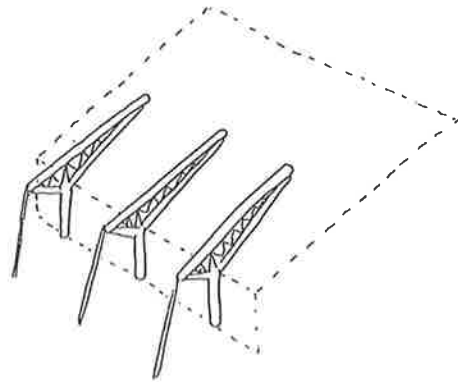


El desdoblamiento no supone  
pérdida alguna de eficacia

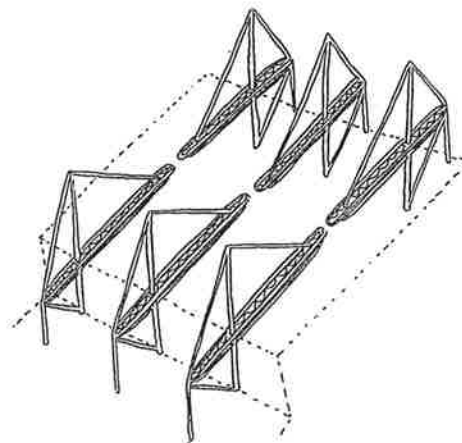
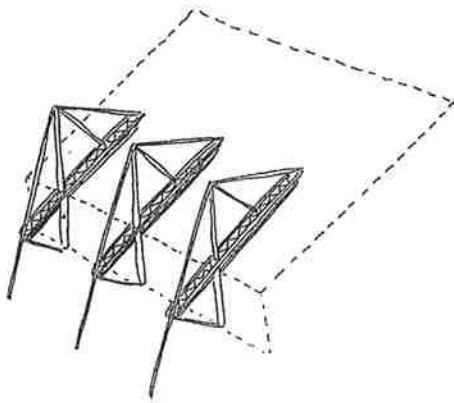




Son casi inevitables las soluciones de barras.....



..... también con canto variable.....



El canto variable lleva rápidamente a soluciones con mástiles para los soportes